

PEMBAHASAN DAN KUNCI JAWABAN

BPM BUKU
PENDALAMAN
MATERI



USBN

SMA/MA

UN/UNBK UNKP

2019

MATEMATIKA IPS

Pembahasan dan Kunci Jawaban Latihan Soal

MATEMATIKA
IPS

Bab 1 Pangkat, Akar, dan Logaritma

$$1. \left(\frac{4a^{-8}b^{-3}}{a^{-6}b^{-5}} \right)^{-1} = \frac{4^{-1}a^8b^3}{a^6b^5} = \frac{1}{4}a^{8-6}b^{3-5} \\ = \frac{1}{4}a^2b^{-2} = \frac{a^2}{4b^2} = \left(\frac{a}{2b} \right)^2$$

Jawaban: B

$$2. \frac{3}{4\sqrt{6}} = \frac{3}{4\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{4(6)} = \frac{1}{8}\sqrt{6}$$

Jawaban: D

$$3. \frac{\sqrt{5}+2\sqrt{3}}{\sqrt{5}-3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}+3\sqrt{3}}{\sqrt{5}+3\sqrt{3}} = \frac{5+3\sqrt{15}+2\sqrt{15}+6(3)}{5-3^2(3)} \\ = \frac{23+5\sqrt{15}}{5-27} = \frac{23+5\sqrt{15}}{-22}$$

Jawaban: E

$$4. \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{5}}} = \frac{\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}}}{\frac{\sqrt{5}+2}{2\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} \\ = \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} \cdot \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-2} \\ = \frac{5+4-4\sqrt{5}}{5-4} \\ = 9-4\sqrt{5}$$

Sehingga, $a = 9$ dan $b = -4$

Jadi, $a + b = 9 + (-4) = 9 - 4 = 5$

Jawaban: A

$$5. 4\sqrt{200} - 2\sqrt{242} - 5\sqrt{50} + 10\sqrt{2} \\ = 40\sqrt{2} - 22\sqrt{2} - 25\sqrt{2} + 10\sqrt{2} \\ = (40 - 22 - 25 + 10)\sqrt{2} \\ = 3\sqrt{2}$$

Jawaban: D

$$6. {}^2\log 3 = x \text{ dan } {}^2\log 5 = y \\ {}^4\log 45 = \frac{{}^2\log 45}{{}^2\log 4} = \frac{{}^2\log(3^2 \cdot 5)}{{}^2\log 2^2} = \frac{{}^2\log 3^2 + {}^2\log 5}{2} \\ = \frac{1}{2}(2 \cdot {}^2\log 3 + {}^2\log 5) = \frac{1}{2}(2x + y)$$

Jawaban: C

$$7. {}^2\log 3 = a \text{ dan } {}^3\log 5 = b, \text{ maka } {}^2\log 5 = ab$$

$${}^{15}\log 20 = \frac{{}^2\log 20}{{}^2\log 15} = \frac{{}^2\log(4 \cdot 5)}{{}^2\log(3 \cdot 5)} \\ = \frac{{}^2\log 4 + {}^2\log 5}{{}^2\log 3 + {}^2\log 5} = \frac{2 + ab}{a + ab} = \frac{2 + ab}{a(1 + b)}$$

Jawaban: B

$$8. {}^2\log 12 - {}^2\log 24 + {}^2\log 16 \\ = {}^2\log \left(\frac{12}{24} \times 16 \right) = {}^2\log 8 = {}^2\log 2^3 = 3$$

Jawaban: E

$$9. \frac{{}^3\log 5 \cdot {}^{\sqrt{5}}\log 9 + {}^8\log 2}{{}^2\log 12 - {}^2\log 3} = \frac{{}^3\log 5 \cdot {}^{5^{\frac{1}{2}}}\log 3^2 + {}^{2^3}\log 2}{{}^2\log 2^2 \cdot 3 - {}^2\log 3} \\ = \frac{4 \cdot {}^3\log 5 \cdot {}^5\log 3 + {}^{2^3}\log 2}{{}^2\log 2^2 + {}^2\log 3 - {}^2\log 3} \\ = \frac{4 + \frac{1}{3}}{2} = \frac{\frac{13}{3}}{2} = \frac{13}{6}$$

Jawaban: D

$$10. {}^2_4\log z = {}^2\log x + {}^8\log y \\ {}^2_4\log z = {}^2\log x + {}^{2^3}\log y \\ {}^2_4\log z = \frac{{}^2\log x}{2} + \frac{{}^2\log y}{2} \\ {}^4\log z^2 = {}^{2^2}\log x^2 + {}^{2^2}\log y^{\frac{1}{2}} \\ {}^4\log z^2 = {}^4\log x^2 + {}^4\log \sqrt{y} \\ {}^4\log z^2 = {}^4\log x^2 \sqrt{y} \\ z^2 = x^2 \sqrt{y}$$

Jawaban: B

Bab 2 Fungsi Kuadrat

$$1. f(x) = 2x^2 + 3x - 5, \text{ berpotongan dengan sumbu-X, maka}$$

$$f(x) = 0$$

$$2x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$(2x + 5)(x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{5}{2}, x_2 = 1$$

Sehingga titik potong sumbu-X adalah

$$\left(-\frac{5}{2}, 0 \right) \text{ dan } (1, 0)$$

Titik potong sumbu-Y, $x = 0$, maka $y = -5$
 Jadi, titik potong dengan sumbu-X dan sumbu-Y
 berturut-turut adalah $(1, 0)$, $(-2\frac{1}{2}, 0)$, dan $(0, -5)$.

Jawaban: B

2. $y = (x - 6)(x + 2)$
 Titik potong sumbu-X, $y = 0$
 $(x - 6)(x + 2) = 0$
 $x - 6 = 0$ dan $x + 2 = 0$
 $x_1 = 6$ $x_2 = -2$

Absis titik ekstrem, $x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{6 - 2}{2} = \frac{4}{2} = 2$

Ordinat $y = (2 - 6)(2 + 2) = (-4)(4) = -16$

Jadi, titik balik $(2, -16)$.

Jawaban: D

3. $y - y_p = a(x - x_p)^2$
 dengan $(x_p, y_p) = (-2, 6) \Rightarrow$ koordinat titik balik.
 $y - 6 = a(x - (-2))^2$
 $y - 6 = a(x + 2)^2$
 $(0, 4) \rightarrow 4 - 6 = a(0 + 2)^2$
 $-2 = 4a \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$

Sehingga:

$$y = -\frac{1}{2}(x + 2)^2 + 6 = -\frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4) + 6$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 2 + 6 = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 4$$

Jawaban: D

4. Persamaan grafik fungsi kuadrat mempunyai titik balik (x_p, y_p) dan melalui sebuah titik adalah:
 $y = a(x - x_p)^2 + y_p$
 Titik balik $(2, 2)$ dan melalui titik $(0, 6)$
 $y = a(x - 2)^2 + 2$
 Melalui titik $(0, 6)$, maka:
 $6 = a(0 - 2)^2 + 2$
 $4 = 4a$
 $a = 1$
 Grafik fungsi kuadratnya:
 $y = 1(x - 2)^2 + 2$
 $y = x^2 - 4x + 4 + 2$
 $y = x^2 - 4x + 6$

Jawaban: B

Bab 3 Fungsi Komposisi dan Invers Fungsi

1. $f(x) = x^2 - 3x - 5$ dan $g(x) = x - 2$
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x - 2) = (x - 2)^2 - 3(x - 2) - 5$
 $= x^2 - 4x + 4 - 3x + 6 - 5$
 $= x^2 - 7x + 5$

Jawaban: B

2. $f(x) = 2x - 3$, $g(x) = x^2 + 2x - 3$
 $(g \circ f)(x) = g(f(x))$
 $= g(2x - 3)$
 $= (2x - 3)^2 + 2(2x - 3) - 3$
 $= 4x^2 - 12x + 9 + 4x - 6 - 3$
 $= 4x^2 - 8x$

Jawaban: E

3. $f(x) = \frac{7x + 5}{3x - 4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{4x + 5}{3x - 7}, x \neq \frac{7}{3}$

Jawaban: A

4. $f(x) = \frac{3x - 2}{4x - 5} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{5x - 2}{4x - 3}, x \neq \frac{3}{4}$

Jawaban: A

5. Diketahui $g(x) = 2x + 4$ dan $(f \circ g)(x) = 4x^2 + 8x - 3$, maka:

$$(f \circ g)(x) = 4x^2 + 8x - 3$$

$$\Leftrightarrow f(g(x)) = 4x^2 + 8x - 3$$

$$\Leftrightarrow f(2x + 4) = 4x^2 + 8x - 3$$

$$\Leftrightarrow f(y) = 4\left(\frac{y - 4}{2}\right)^2 + 8\left(\frac{y - 4}{2}\right) - 3$$

$$\Leftrightarrow f(y) = 4\left(\frac{y^2 - 8y + 16}{4}\right) + 8\left(\frac{y - 4}{2}\right) - 3$$

$$\Leftrightarrow f(y) = y^2 - 8y + 16 + 4(y - 4) - 3$$

$$\Leftrightarrow f(y) = y^2 - 8y + 16 + 4y - 16 - 3$$

$$\Leftrightarrow f(y) = y^2 - 4y - 3$$

Berarti $f(x) = x^2 - 4x - 3$

Misalkan $f(x) = y$, sehingga

$$y = x^2 - 4x - 3$$

$$\Leftrightarrow y + 3 = x^2 - 4x$$

$$\Leftrightarrow y + 7 = x^2 - 4x + 4$$

$$\Leftrightarrow y + 7 = (x - 2)^2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{y + 7} = x - 2 \Leftrightarrow x = 2 + \sqrt{y + 7}$$

$$\text{Jadi, } f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x + 7}$$

Jawaban: E

Bab 4 Persamaan Kuadrat

1. Persamaan kuadrat $2x^2 - 13x - 7 = 0$ dengan akar-akar x_1 dan x_2 dan $x_2 > x_1$.
 $2x^2 - 13x - 7 = 0$
 $(2x + 1)(x - 7) = 0$
 $x = -\frac{1}{2}$ atau $x = 7$, sehingga $x_1 = -\frac{1}{2}$ dan $x_2 = 7$.
 $2x_1 + 3x_2 = 2\left(-\frac{1}{2}\right) + 3(7) = -1 + 21 = 20$

Jawaban: D

2. Akar-akar persamaan kuadrat $3x^2 + 2x - 5 = 0$ adalah x_1 dan x_2 .

$$x_1 + x_2 = -\frac{2}{3} \text{ dan } x_1 \cdot x_2 = -\frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-\frac{2}{3}}{-\frac{5}{3}} = \frac{2}{5}$$

Jawaban: B

3. Akar-akar dari $2x^2 - 3x - 9 = 0$ adalah x_1 dan x_2 .

$$x_1 + x_2 = -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2} \text{ dan } x_1 \cdot x_2 = \frac{-9}{2}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2\left(-\frac{9}{2}\right) = \frac{9}{4} + 9 = 11\frac{1}{4}$$

Jawaban: A

4. $3x^2 - 2x + 1 = 0$, akar-akarnya α dan β .

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{2}{3} \text{ dan } \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{3}$$

Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $3(\alpha + 1)$ dan $3(\beta + 1)$

Misal: $x_1 = 3(\alpha + 1)$ dan $x_2 = 3(\beta + 1)$

$$x_1 + x_2 = 3(\alpha + 1) + 3(\beta + 1) = 3(\alpha + 1 + \beta + 1)$$

$$= 3(\alpha + \beta + 2) = 3\left(\frac{2}{3} + 2\right) = 3\left(\frac{8}{3}\right) = 8$$

$$x_1 \cdot x_2 = 3(\alpha + 1) \cdot 3(\beta + 1) = 9(\alpha\beta + \alpha + \beta + 1)$$

$$= 9\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + 1\right) = 9(1 + 1) = 9(2) = 18$$

Persamaan kuadrat baru adalah:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1 \cdot x_2) = 0$$

$$x^2 - 8x + 18 = 0$$

Jawaban: B

Bab 5 Pertidaksamaan Kuadrat

1. $x^2 - 10x + 21 < 0$
Pembuat nol:
 $x^2 - 10x + 21 = 0$
 $(x - 3)(x - 7) = 0$
 $x = 3$ dan $x = 7$. Karena $x_1 < x_2$, maka $x_1 = 3, x_2 = 7$
Karena $a > 0$, HP = $\{x \mid 3 < x < 7, x \in R\}$.

Jawaban: E

2. $x^2 - 4x - 12 \geq 0$
Pembuat nol:
 $x^2 - 4x - 12 = 0$
 $(x + 2)(x - 6) = 0$
 $x = -2, x = 6$. Karena $x_1 < x_2$ maka $x_1 = -2, x_2 = 6$
Karena $a > 0$, maka nilai x yang memenuhi adalah $x \leq -2$ atau $x \geq 6$.

Jawaban: A

Bab 6 Sistem Persamaan Linear Dua Variabel

$$\begin{array}{rcl} 1. & 3x + 4y = 24 & \times 1 \quad 3x + 4y = 24 \\ & x + 2y = 10 & \times 2 \quad 2x + 4y = 20 \\ & & \hline & & x = 4 \end{array}$$

$$x + 2y = 10$$

$$4 + 2y = 10$$

$$2y = 6$$

$$y = 3$$

Karena x_1 dan y_1 merupakan penyelesaian sistem persamaan linear, maka $x_1 = 4$ dan $y_1 = 3$.

$$\text{Nilai dari } \frac{1}{2}x_1 + 2y_1 = \frac{1}{2}(4) + 2(3) = 2 + 6 = 8$$

Jawaban: D

$$\begin{array}{rcl} 2. & 2x + 3y = 11 & \times 5 \quad 10x + 15y = 55 \\ & 5x - 2y = -39 & \times 2 \quad 10x - 4y = -78 \\ & & \hline & & 19y = 133 \Leftrightarrow y = 7 \end{array}$$

Substitusikan $y = 7$ ke $2x + 3y = 11$

$$2x + 21 = 11 \Leftrightarrow 2x = -10 \Leftrightarrow x = -5$$

Jadi, nilai $7x_1 + y_1 = 7(-5) + 7 = -35 + 7 = -28$.

Jawaban: B

$$\begin{array}{rcl} 3. & \frac{6}{x} + \frac{3}{y} = 21 & \times 4 \quad \frac{24}{x} + \frac{12}{y} = 84 \\ & \frac{7}{x} - \frac{4}{y} = 2 & \times 3 \quad \frac{21}{x} - \frac{12}{y} = 6 \\ & & \hline & & \frac{45}{x} = 90 \Rightarrow x = \frac{45}{90} = \frac{1}{2} \end{array}$$

Substitusikan ke $x = \frac{1}{2}$ ke $\frac{6}{x} + \frac{3}{y} = 21$

$$12 + \frac{3}{y} = 21 \Rightarrow \frac{3}{y} = 9 \Rightarrow y = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Jadi, nilai $6x_0 \times y_0 = 6 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = 1$.

Jawaban: C

4. Misalkan: harga gula per kg = x
harga terigu per kg = y .

Model matematika:

$$3x + 2y = 26.000$$

$$4x + 2y = 32.000$$

$$-x = -6.000 \Leftrightarrow x = 6.000$$

Substitusikan $x = 6.000$ ke $3x + 2y = 26.000$

$$18.000 + 2y = 26.000 \Leftrightarrow 2y = 8.000 \Leftrightarrow y = 4.000$$

Jadi, harga yang harus dibayar Bu Retno untuk 1 kg gula dan 2 kg terigu sebesar

$$\text{Rp}6.000,00 + \text{Rp}8.000,00 = \text{Rp}14.000,00$$

Jawaban: C

Bab 7 Program Linear

1. Titik $(\frac{1}{2}, 0)$ dan $(0, -2) \Rightarrow a = \frac{1}{2}$ dan $b = -2$

Persamaan garisnya adalah

$$(-2)x + \left(\frac{1}{2}\right)y = (-2)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$-2x + \frac{1}{2}y = -1$$

$$4x - y = 2 \Leftrightarrow 4x - y - 2 = 0$$

Jadi, persamaan garis tersebut adalah $4x - y - 2 = 0$.

Jawaban: A

2. Persamaan garis lurus yang melalui titik $(9, 0)$ dan $(0, -6)$ adalah

$$(-6)x + 9y = (-6)(9)$$

$$-6x + 9y = -54 \Leftrightarrow 2x - 3y = 18$$

Jawaban: C

3. Harga jeruk dapat dinyatakan dengan pasangan berurutan $(1, 800)$ dan $(2, 1.500)$. Sehingga persamaan garisnya adalah

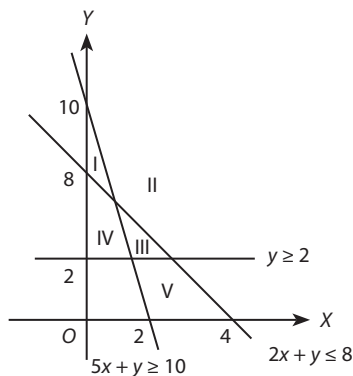
$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - 800}{1.500 - 800} = \frac{x - 1}{2 - 1}$$

$$\frac{y - 800}{700} = \frac{x - 1}{1} \Leftrightarrow y = 700x + 100$$

Jawaban: A

4. Sistem pertidaksamaan digambarkan:



$5x + y \geq 10$ (sebelah kanan garis)

$2x + y \leq 8$ (sebelah kiri garis)

$y \geq 2$ (sebelah atas garis)

Sehingga daerah himpunan penyelesaian adalah daerah III.

Jawaban: C

5. Garis I : $6x + 8y = 6 \cdot 8 \Rightarrow 6x + 8y = 48 \Rightarrow 3x + 4y = 24$
Daerah penyelesaiannya sebelah kiri garis $3x + 4y = 24$ sehingga pertidaksamaannya

$$3x + 4y \leq 24$$

$$\text{Garis II : } 2x + (-1)y = 2 \cdot (-1) \Rightarrow 2x - y = -2$$

Daerah penyelesaiannya sebelah kanan garis $2x - y = -2$ sehingga pertidaksamaannya

$$2x - y \geq -2$$

Berada di kuadran I sehingga $x \geq 0, y \geq 0$

Jadi, sistem pertidaksamaannya adalah $2x - y \geq -2, 3x + 4y \leq 24, x \geq 0, y \geq 0$.

Jawaban: A

6. Sistem pertidaksamaan:

$$x + 2y \leq 6$$

$$3x + y \geq 8$$

$$x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0$$

Daerah yang diarsir adalah daerah himpunan penyelesaian.

Menentukan titik A

$$x + 2y = 6 \quad \times 1 \quad \begin{array}{l} x + 2y = 6 \\ 3x + y = 8 \quad \times 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} x + 2y = 6 \\ 6x + 2y = 16 \end{array}$$

$$3x + y = 8 \quad \times 2 \quad \begin{array}{l} x + 2y = 6 \\ 6x + 2y = 16 \end{array}$$

$$-5x = -10 \Leftrightarrow x = 2$$

Substitusikan $x = 2$ ke persamaan $x + 2y = 6$.

$$x + 2y = 6 \Rightarrow 2 + 2y = 6 \Leftrightarrow 2y = 4 \Leftrightarrow y = 2$$

Jadi, titik A(2, 2).

Fungsi objektif: $f(x, y) = 5x + 45y$

$$A(2, 2) \Rightarrow 5(2) + 45(2) = 10 + 90 = 100 \text{ (maks)}$$

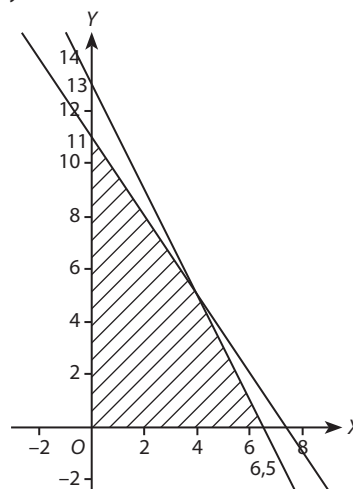
$$B\left(\frac{8}{3}, 0\right) \Rightarrow 5\left(\frac{8}{3}\right) + 45(0) = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$

$$C(6, 0) \Rightarrow 5(6) + 45(0) = 30$$

Jadi, nilai maksimum adalah 100.

Jawaban: D

7. Sistem pertidaksamaan $2x + y \leq 13, 3x + 2y \leq 22, x \geq 0, y \geq 0$



Titik potong garis $2x + y = 13$ dan $3x + 2y = 22$

$$2x + y = 13 \Rightarrow y = -2x + 13$$

Substitusikan ke $3x + 2y = 22$ diperoleh

$$3x + 2(-2x + 13) = 22$$

$$3x - 4x + 26 = 22$$

$$-x = -4$$

$$x = 4$$

$$y = -2x + 13 \Rightarrow y = -2(4) + 13 = -8 + 13 = 5.$$

Titik Pojok	$f(x, y) = 10x + 5y$
(6, 5, 0)	65
(4, 5)	65
(0, 11)	55

Jadi, nilai maksimumnya adalah 65.

Jawaban: E

8. $g \equiv 5x + 5y = 25 \Rightarrow x + y = 5$

$$k \equiv 4x + 6y = 24 \Rightarrow 2x + 3y = 12$$

Perpotongan garis g dan k adalah

$$\begin{array}{rcl} x + y = 5 & \times 3 & 3x + 3y = 15 \\ 2x + 3y = 12 & \times 1 & 2x + 3y = 12 \\ \hline & & -x = -3 \end{array}$$

$$x = 3$$

Substitusikan $x = 3$ ke persamaan $x + y = 5$

$$3 + y = 5 \Leftrightarrow y = 2$$

Titik potong garis g dan k adalah (3, 2).

Uji titik pojok

Titik Pojok	$f(x, y) = 5x + 6y$
(0, 4)	$5(0) + 6(4) = 24$
(5, 0)	$5(5) + 6(0) = 25$
(3, 2)	$5(3) + 6(2) = 27$

Jadi, nilai maksimum $f(x, y) = 5x + 6y$ adalah 27.

Jawaban: C

9. Misalkan sepatu jenis I = x dan jenis II = y

	Jenis I (x)	Jenis II (y)	Persediaan
Harga	60.000	80.000	3.000.000
Daya tampung	x	y	40

Jadi, model matematikanya adalah

$$60.000x + 80.000y \leq 3.000.000 \Leftrightarrow 3x + 4y \leq 150$$

$$x + y \leq 40 \text{ dan } x \geq 0, y \geq 0$$

Jawaban: C

10.

	Pakaian Jenis I	Pakaian Jenis II	Persediaan
Kain Polos	4 m	3 m	84 m
Kain Batik	2 m	5 m	70 m
Laba	Rp40.000,00	Rp60.000,00	

Misalkan pakaian jenis I = x dan pakaian jenis II = y , maka model matematikanya adalah

Batasan/kendala:

$$4x + 3y \leq 84$$

$$2x + 5y \leq 70$$

$$x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0$$

Fungsi objektif:

$$\text{Maksimum dari } f(x, y) = 40.000x + 60.000y$$

$$g \equiv 4x + 3y = 84$$

$$h \equiv 2x + 5y = 70$$

Perpotongan garis g dan h

$$\begin{array}{rcl} 4x + 3y = 84 & \times 1 & 4x + 3y = 84 \\ 2x + 5y = 70 & \times 2 & 4x + 10y = 140 \\ \hline & & -7y = -56 \Rightarrow y = 8 \end{array}$$

$$2x + 5y = 70 \Rightarrow 2x + 5(8) = 70 \Rightarrow 2x + 40 = 70 \Rightarrow x = 15$$

$$-7y = -56 \Rightarrow y = 8$$

Substitusikan $y = 8$ ke persamaan $2x + 5y = 70$

$$2x + 5(8) = 70 \Leftrightarrow 2x + 40 = 70 \Rightarrow x = 15$$

Titik potong garis g dan h adalah (15, 8).

Uji titik pojok

Titik Pojok	$f(x, y) = 40.000x + 60.000y$
(0, 14)	$40.000(0) + 60.000(14) = 840.000$
(21, 0)	$40.000(21) + 60.000(0) = 840.000$
(15, 8)	$40.000(15) + 60.000(8) = 1.080.000$

Jadi, keuntungan maksimum yang dapat diperoleh penjahit adalah Rp1.080.000,00.

Jawaban: B

11. Misalkan : banyaknya pisang keju = x
banyaknya sukun = y

	Harga	Muatan
Pisang keju (x)	1.000	x
Sukun (y)	400	y
Persediaan	250.000	400

Model matematikanya:

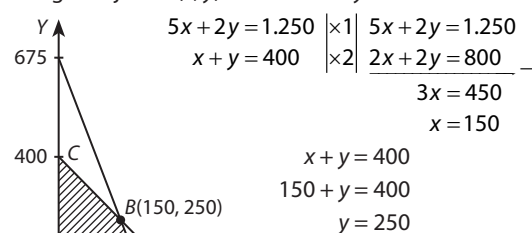
$$1.000x + 400y \leq 250.000 \Rightarrow 5x + 2y \leq 1.250$$

$$x + y \leq 400$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Fungsi Objektif $f(x, y) = 500x + 300y$



Sehingga titik B(150, 250)

Titik Pojok	$f(x, y) = 500x + 300y$
A(250, 0)	125.000
B(150, 250)	150.000
C(0, 400)	120.000

Jadi, keuntungan maksimum yang dapat diperoleh pedagang tersebut adalah Rp150.000,00.

Jawaban: A

12. Misalkan kamar tipe A = x dan kamar tipe B = y .

Model matematika:

$$5x + 4y = 50 \quad \dots(1)$$

$$y < x \leq \frac{5}{3}y$$

Menentukan titik $P \Leftrightarrow y = x$

substitusikan ke (1)

$$5x + 4y = 50$$

$$\Rightarrow 5y + 4y = 50$$

$$\Leftrightarrow 9y = 50 \Rightarrow y = \frac{50}{9}$$

Untuk $y = \frac{50}{9}$, maka $x = \frac{50}{9}$. Hal ini tidak mungkin,

karena x harus lebih besar daripada y .

Menentukan titik $Q \Rightarrow x = \frac{5}{3}y$ substitusikan (1)

$$5x + 4y = 50$$

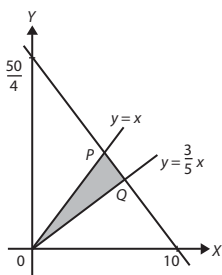
$$\Rightarrow 5\left(\frac{5}{3}y\right) + 4y = 50$$

$$\Leftrightarrow \frac{25}{3}y + 4y = 50 \Leftrightarrow \frac{25y + 12y}{3} = 50$$

$$\Leftrightarrow 37y = 150 \Leftrightarrow y = \frac{150}{37} = 4,054 \approx 4$$

Jadi, banyak kamar tipe B yang disewa adalah 4.

Jawaban: D



3. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$

$$B - 2A = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -8 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 13 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det(B - 2A) = \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ 13 & 1 \end{vmatrix} = (4)(1) - (13)(-6) = 4 - (-78) = 4 + 78 = 82$$

Jawaban: A

4. $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$

$$A - B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(A - B)^{-1} = \frac{1}{(1)(1) - (0)(0)} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Jawaban: C

5. $P = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 9 & 4 \end{pmatrix}$ dan $Q = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$

$$PX = Q$$

$$X = P^{-1}Q$$

$$X = \frac{1}{(7)(4) - (9)(3)} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -9 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$X = \frac{1}{28 - 27} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -9 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -9 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & -20 \\ 17 & 47 \end{pmatrix}$$

Jawaban: A

6. Dalam bentuk sistem persamaan linear dua variabel diperoleh:

$$\begin{cases} 2x + 8y = 48.000 \\ 3x + 5y = 37.000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 4y = 24.000 \\ 3x + 5y = 37.000 \end{cases}$$

Diubah ke dalam bentuk matriks:

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24.000 \\ 37.000 \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi, persamaan matriksnya } \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24.000 \\ 37.000 \end{pmatrix}.$$

Jawaban: C

Bab 8 Matriks

1. $A = \begin{pmatrix} 2 & p & 3 \\ 4 & 5 & q \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & q & -1 \\ 3 & 3 & q \end{pmatrix}$, dan $C = \begin{pmatrix} 3 & q & 2 \\ 6 & 8 & 2 \end{pmatrix}$

$$A + B = C$$

$$\begin{pmatrix} 2 & p & 3 \\ 4 & 5 & q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & q & -1 \\ 3 & 3 & q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & q & 2 \\ 6 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & p+q & 2 \\ 7 & 8 & 2q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & q & 2 \\ 6 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan matriks di atas diperoleh

$$2q = 2 \Rightarrow q = 1$$

$$p + q = q \Rightarrow p + 1 = 1 \Rightarrow p = 0$$

Jadi, nilai p dan q berturut-turut adalah 0 dan 1.

Jawaban: D

2. $A + B = C$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & p \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p+r & 3 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Dari persamaan matriks di atas diperoleh:

$$p + 3 = 7$$

$$p = 4$$

$$3 + 7 = p + r$$

$$10 = 4 + r$$

$$6 = r$$

Jadi, nilai dari $2p + r = 2(4) + 6 = 8 + 6 = 14$

Jawaban: B

Bab 9 Barisan dan Deret

- $$U_3 = a + 2b = 24$$

$$U_6 = a + 5b = 36$$

$$U_6 = U_3 + (6-3)b \quad \left| \quad U_6 = U_1 + (6-1)b \right.$$

$$36 = 24 + 3b \quad \left| \quad 36 = U_1 + 5(4) \right.$$

$$12 = 3b \Rightarrow b = 4 \quad \left| \quad U_1 = 36 - 20 = 16 \right.$$

Jumlah 15 suku pertama:

$$S_{15} = \frac{15}{2} \{2(16) + (15-1)(4)\}$$

$$= 15(16 + 28) = 15(44) = 660$$

Jadi, jumlah 15 suku pertama deret tersebut adalah 660.

Jawaban: B

- $$U_4 = a + 3b = 17$$

$$U_7 = a + 6b = 29$$

$$\underline{-3b = -12 \Rightarrow b = 4}$$

Substitusikan $b = 4$ ke $a + 3b = 17$

$$a + 3(4) = 17 \Leftrightarrow a + 12 = 17 \Leftrightarrow a = 5$$

$$U_{25} = a + 24b = 5 + 24(4) = 5 + 96 = 101$$

Jadi, suku ke-25 barisan tersebut adalah 101.

Jawaban: B

- $$U_3 = 18$$

$$U_6 = 486 = U_3 r^{(6-3)}$$

$$486 = 18r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{486}{18} = 27 = 3^3 \Rightarrow r = 3$$

$$U_8 = U_6 r^{(8-6)} = 486(3^2) = 486(9) = 4.374$$

Jadi, suku kedelapan barisan geometri tersebut adalah 4.374.

Jawaban: A

- $$U_2 = ar = 6$$

$$U_6 = ar^5 = 96$$

$$\frac{U_6}{U_2} = \frac{ar^5}{ar} = \frac{96}{6} \Rightarrow r^4 = 16 \Leftrightarrow r = 2$$

Substitusikan $r = 2$ ke $ar = 6$

$$a(2) = 6 \Leftrightarrow a = 3$$

$$S_{10} = \frac{3(2^{10}-1)}{2-1} = \frac{3(1.024-1)}{1} = 3(1.023) = 3.069$$

Jadi, jumlah 10 suku pertama deret tersebut adalah 3.069.

Jawaban: D

- $$U_1 = a = 3 \text{ dan } r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{3}$$

Karena nilai r terletak di antara -1 dan 1 , maka deret geometri tak hingga tersebut konvergen (mempunyai jumlah).

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{3}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{\frac{2}{3}} = \frac{9}{2}$$

Jadi, jumlah tak hingga deret tersebut adalah $\frac{9}{2}$.

Jawaban: C

- Anak termuda $\equiv U_1 = a = 3$

Jumlah sapi $\equiv S_6 = 78$

$$S_6 = \frac{6}{2} \{2(a) + (6-1)b\}$$

$$78 = 3\{2(3) + 5b\} \Rightarrow 26 = 6 + 5b \Rightarrow 5b = 20 \Rightarrow b = 4$$

Anak ketiga $\equiv U_4 = a + 3b = 3 + 3(4) = 3 + 12 = 15$

Jadi, anak ketiga mendapat bagian sebanyak 15 ekor sapi.

Jawaban: B

- Produksi bulan pertama $\equiv U_1 = a = 100$

Kenaikan produksi setiap bulan $\equiv b = 5$

Jumlah produksi pupuk selama 1 tahun $\equiv S_{12}$

$$S_{12} = \frac{12}{2} \{2(100) + (12-1)5\}$$

$$= 6(200 + 55) = 6(255) = 1.530$$

Jadi, jumlah pupuk yang diproduksi selama 1 tahun adalah 1.530 ton.

Jawaban: D

- Misalkan : Pertambahan penduduk tahun 2013 =

$$U_1 = a = 5$$

Pertambahan penduduk tahun 2015 =

$$U_3 = ar^2 = 80$$

Sehingga:

$$ar^2 = 80$$

$$5r^2 = 80$$

$$r^2 = 16$$

Pertambahan penduduk tahun 2017 = U_5

$$U_5 = ar^4 = ar^2 \cdot r^2 = ar^2 \cdot r^2 = 80 \cdot 16 = 1.280$$

Jadi, pertambahan penduduk pada tahun 2017 adalah 1.280.

Jawaban: C

- Harga awal $a = U_0 = 3.000.000$

Ini merupakan permasalahan pertumbuhan negatif, sehingga

$$U_4 = U_0 \times (1 - 10\%)^4$$

$$= 3.000.000 \times (0,9)^4$$

$$= 3.000.000 \times 0,6561 = 1.968.300$$

Jadi, harga jual komputer setelah 4 tahun kerja adalah Rp1.968.300,00.

Jawaban: E

Bab 10 Limit Fungsi

- $$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 2x} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)(x-2)}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x}$$

$$= \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

Jawaban: D

$$\begin{aligned}
2. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (5x - 1) - \sqrt{25x^2 + 5x - 7} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{(5x - 1)^2} - \sqrt{25x^2 + 5x - 7}) \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{25x^2 - 10x + 1} - \sqrt{25x^2 + 5x - 7}) \\
&= \frac{-10 - 5}{2\sqrt{25}} = \frac{-15}{10} = -\frac{3}{2}
\end{aligned}$$

Jawaban: E

$$\begin{aligned}
3. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x - 3)(-x + 1)(-6x - 3)}{4x^3 + 2x + 3} \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x)(-x)(-6x)}{4x^3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^3}{4x^3} = \frac{12}{4} = 3
\end{aligned}$$

Jawaban: B

$$\begin{aligned}
4. \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 2x - 5} - \sqrt{(2x - 2)^2}) \\
&= \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 2x - 5} - \sqrt{4x^2 - 8x + 4}) \\
&= \frac{-2 - (-8)}{2\sqrt{4}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}
\end{aligned}$$

Jawaban: E

Bab 11 Turunan Fungsi

$$1. \quad f(x) = 5x^3 - 3x^2 - 5x + 3 \Rightarrow f'(x) = 15x^2 - 6x - 5$$

Jawaban: E

$$\begin{aligned}
2. \quad g(x) &= (3x^2 + 4)^3 \\
g'(x) &= 3(3x^2 + 4)^2 \times (6x) = 18x(3x^2 + 4)^2
\end{aligned}$$

Jawaban: C

$$\begin{aligned}
3. \quad f(x) &= x^3 - 10x^2 + 25x + 5 \\
f'(x) &= 3x^2 - 20x + 25 \\
f'(1) &= 3(1)^2 - 20(1) + 25 = 3 - 20 + 25 = 8
\end{aligned}$$

Jawaban: B

$$\begin{aligned}
4. \quad f(x) &= (2x - 1)^4 \\
f'(x) &= 4(2x - 1)^3(2) = 8(2x - 1)^3 \\
f'(2) &= 8(2(2) - 1)^3 = 8(3)^3 = 8(27) = 216
\end{aligned}$$

Jawaban: A

$$\begin{aligned}
5. \quad B(x) &= 2x^2 - 180x + 2.500 \Rightarrow B'(x) = 4x - 180 \\
\text{Biaya minimum produksi haruslah } B'(x) &= 0 \\
B'(x) &= 4x - 180 \\
0 &= 4x - 180 \Leftrightarrow 4x = 180 \Leftrightarrow x = 45 \\
\text{Jadi, banyak barang yang harus diproduksi agar biaya} & \\
\text{minimum adalah 45.} &
\end{aligned}$$

Jawaban: B

$$\begin{aligned}
6. \quad p &= (2x + 4) \text{ cm, } l = (8 - x) \text{ cm} \\
L(x) &= (2x + 4)(8 - x) \\
L(x) &= 32 + 12x - 2x^2 \\
\text{Luas persegipanjang maksimum haruslah } L'(x) &= 0
\end{aligned}$$

$$L'(x) = 12 - 4x$$

$$0 = 12 - 4x$$

$$4x = 12 \Rightarrow x = 3$$

Substitusikan $x = 3$ ke $l = (8 - x)$ cm

$$l = (8 - 3) \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

Jadi, ukuran lebar agar luas persegipanjang maksimum adalah 5 cm.

Jawaban: C

$$\begin{aligned}
7. \quad f(x) &= 2x^3 + 9x^2 + 12x \\
\text{Syarat fungsi tersebut naik } f'(x) &> 0 \\
f'(x) &= 6x^2 + 18x + 12 > 0 \\
x^2 + 3x + 2 &> 0 \\
(x + 2)(x + 1) &> 0 \\
\text{Pembuat nol } x + 2 = 0 \text{ atau } x + 1 &= 0 \\
x = -2 \quad \quad \quad x = -1 \\
x < -2 \text{ atau } x > -1
\end{aligned}$$

Jawaban: A

$$\begin{aligned}
8. \quad f(x) &= -x^3 + \frac{1}{2}ax^2 - \frac{1}{2}x^2 - 3x + 8 \\
f'(x) &= -3x^2 + ax - x - 3 \\
f'(x) &= -3x^2 + (a - 1)x - 3 \\
D &= b^2 - 4ac \\
&= (a - 1)^2 - 4(-3)(-3) \\
&= a^2 - 2a + 1 - 36 \\
&= a^2 - 2a - 35 \\
&= (a - 7)(a + 5)
\end{aligned}$$

Agar selalu turun dimana $f'(x) < 0$ untuk semua nilai real x , haruslah $D < 0$.

Jadi, nilai a memiliki batasan $a < -5$ atau $a > 7$.

Jawaban: A

Bab 12 Limit Fungsi

$$\begin{aligned}
1. \quad \int (3x^2 - 4x + 5) dx &= \frac{3}{3}x^3 - \frac{4}{2}x^2 + 5x + C \\
&= x^3 - 2x^2 + 5x + C
\end{aligned}$$

Jawaban: C

$$\begin{aligned}
2. \quad \int (8x^3 - 3x^2 + 4x) dx &= \frac{8}{4}x^4 - \frac{3}{3}x^3 + \frac{4}{2}x^2 + C \\
&= 2x^4 - x^3 + 2x^2 + C
\end{aligned}$$

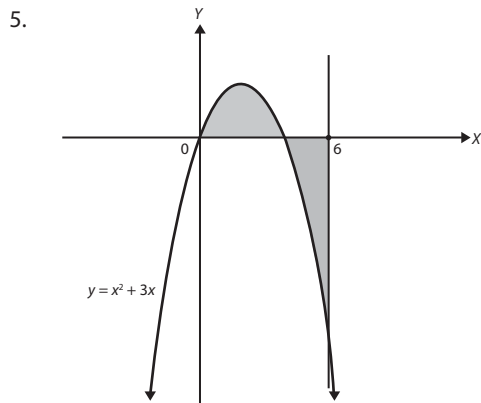
Jawaban: A

$$\begin{aligned}
3. \quad \int_1^3 (3x - 1)(x + 1) dx &= \int_1^3 (3x^2 + 2x - 1) dx \\
&= (x^3 + x^2 - x) \Big|_1^3 \\
&= ((3)^3 + (3)^2 - (3)) - ((1)^3 + (1)^2 - (1)) \\
&= (27 + 9 - 3) - (1 + 1 - 1) \\
&= 33 - 1 = 32
\end{aligned}$$

Jawaban: C

$$\begin{aligned}
 4. \quad \int_{-2}^2 (3x^2 + 4) dx &= x^3 + 4x \Big|_{-2}^2 \\
 &= [2^3 + 4(2)] - [(-2)^3 + 4(-2)] \\
 &= [8 + 8] - [-8 - 8] = 16 + 16 = 32
 \end{aligned}$$

Jawaban: B



Luas daerah yang diarsir:

$$\begin{aligned}
 L_D &= \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx + \int_3^6 (-(-x^2 + 3x)) dx \\
 &= \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx + \int_3^6 (x^2 - 3x) dx \\
 &= \left(-\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2\right) \Big|_0^3 + \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2\right) \Big|_3^6 \\
 &= \left\{-\frac{1}{3}(3^3 - 0^3) + \frac{3}{2}(3^2 - 0^2)\right\} + \left\{\frac{1}{3}(6^3 - 3^3) - \frac{3}{2}(6^2 - 3^2)\right\} \\
 &= \left\{-\frac{1}{3}(27 - 0) + \frac{3}{2}(9 - 0)\right\} + \left\{\frac{1}{3}(216 - 27) - \frac{3}{2}(36 - 9)\right\} \\
 &= -9 + \frac{27}{2} + 63 - \frac{81}{2} = 54 - 27 = 27 \text{ satuan luas}
 \end{aligned}$$

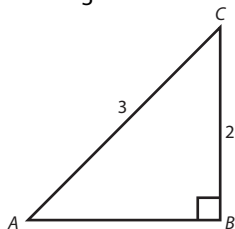
Jawaban: E

Bab 13 Trigonometri

$$\begin{aligned}
 1. \quad AB &= \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} \\
 &= \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5 \\
 \text{Sehingga, } \cos A &= \frac{AB}{AC} = \frac{5}{13}
 \end{aligned}$$

Jawaban: B

$$2. \quad \sin A = \frac{2}{3} \text{ dan } AB = \sqrt{10} \text{ cm}$$

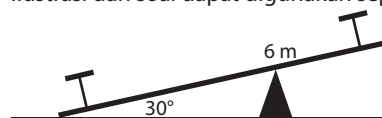


$$\begin{aligned}
 AB &= \sqrt{AC^2 - BC^2} \\
 &= \sqrt{3^2 - 2^2} \\
 &= \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}
 \end{aligned}$$

$$\cos A = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{\sqrt{10}}{AC} \Rightarrow AC = 3\sqrt{2}$$

Jawaban: A

3. Ilustrasi dari soal dapat digunakan seperti berikut.

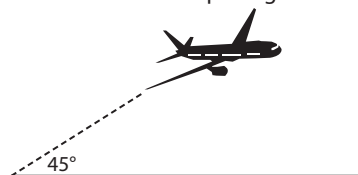


$$\begin{aligned}
 \sin 30^\circ &= \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{1}{2} \\
 &\Leftrightarrow x = 3
 \end{aligned}$$

Jadi, tinggi ujung lain jungkat-jungkit terhadap tanah adalah 3 m.

Jawaban: C

4. Ilustrasi dari soal dapat digambarkan seperti berikut.



$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{x}{1.500} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 750\sqrt{2}$$

Jadi, jarak yang telah ditempuh pesawat jika berada di lintasan pacu adalah $750\sqrt{2}$ cm.

Jawaban: E

$$\begin{aligned}
 5. \quad \cos^2 30^\circ - \sin^2 135^\circ + 8 \sin 45^\circ \cos 135^\circ \\
 &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 8 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\
 &= \frac{3}{4} - \frac{2}{4} - \frac{16}{4} = \frac{3-2-16}{4} \\
 &= \frac{-15}{4} = -3\frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

Jawaban: B

6. Jika diperhatikan grafik pada soal adalah grafik fungsi sinus, bentuk umum fungsi sinus adalah

$$f(x) = y = A \sin k(x + b)$$

$$\text{Amplitudo, } A = \frac{1}{2}(2 - (-2)) = 2$$

$$\text{Periode grafik, } p = 2\pi$$

$$k = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

Persamaan fungsinya adalah

$$y = 2 \sin 1(x + b) = 2 \sin (x + b)$$

Grafik fungsi melalui titik (0, 1).

$$1 = 2 \sin(0 + b)$$

$$\frac{1}{2} = \sin b$$

$$\sin b = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$b = \frac{\pi}{6}$$

Jadi, persamaan fungsinya adalah

$$y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$

Jawaban: A

7. Jika diperhatikan grafik pada soal adalah grafik fungsi sinus, bentuk umum fungsi sinus adalah
 $f(x) = y = A \sin k(x + b)$

$$\text{Amplitudo, } A = \frac{1}{2}(2 - (-2)) = 2$$

Periode grafik, $p = 2\pi$

$$k = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

Persamaan fungsinya adalah

$$y = 2 \sin 1(x + b) = 2 \sin(x + b)$$

Grafik fungsi melalui titik (0, 2)

$$2 = 2 \sin(0 + b)$$

$$1 = \sin b$$

$$\sin b = \sin \frac{\pi}{2}$$

$$b = \frac{\pi}{2}$$

Jadi, persamaan fungsinya adalah $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$.

Jawaban: C

8. $\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$

$$\cos \frac{\pi}{3} = \cos A \cos B - \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} = \cos A \cos B - \frac{3}{4}$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

$$= \frac{5}{4} + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

Jawaban: A

9. $2 \sin x + 1 = 0$

$$2 \sin x = -1$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

$$\sin x = \sin 210^\circ$$

Sehingga:

$$x = 210^\circ + k \cdot 360^\circ$$

$$\text{untuk } k = 0 \Rightarrow x = 210^\circ$$

$$\text{untuk } k = 1 \Rightarrow x = 570^\circ \text{ (TM)}$$

atau

$$x = (180^\circ - 210^\circ) + k \cdot 360^\circ$$

$$\text{untuk } k = 0 \Rightarrow x = -30^\circ \text{ (TM)}$$

$$\text{untuk } k = 1 \Rightarrow x = 330^\circ$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya $\{210^\circ, 330^\circ\}$.

Jawaban: B

10. $\sqrt{3} \tan x - 1 = 0$

$$\sqrt{3} \tan x = 1$$

$$\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3} \sqrt{3}$$

$$\tan x = \tan 30^\circ$$

$$x = 30^\circ + k \cdot 180^\circ$$

$$\text{untuk } k = 0 \Rightarrow x = 30^\circ$$

$$\text{untuk } k = 1 \Rightarrow x = 210^\circ$$

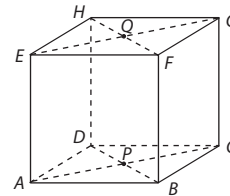
$$\text{untuk } k = 2 \Rightarrow x = 390^\circ \text{ (TM)}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya $\{30^\circ, 210^\circ\}$.

Jawaban: B

Bab 14 Dimensi Tiga

1. Kubus $ABCD.EFGH$ digambarkan sebagai berikut.



Jarak titik ke bidang dapat diwakili oleh garis yang melewati suatu titik dan tegak lurus terhadap bidang tersebut.

Sehingga jarak titik Q ke bidang $ABCD$ dapat diwakili oleh garis QP .

Jawaban: E

2. Kubus dengan rusuk 10 cm, jarak titik F ke garis AC .

$$FA = FC = AC = 10\sqrt{2} \text{ cm}$$

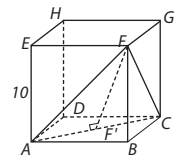
karena $FA = FC$, maka

$$AF' = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 10\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

Jarak titik F ke garis AC adalah

$$\begin{aligned} FF' &= \sqrt{AF^2 - (AF')^2} \\ &= \sqrt{(10\sqrt{2})^2 - (5\sqrt{2})^2} = \sqrt{200 - 50} = \sqrt{150} = 5\sqrt{6} \end{aligned}$$

Jawaban: C



3. Pada kubus $ABCD.EFGH$, jarak titik C dengan bidang BDG adalah $\frac{1}{3} \times$ diagonal ruang.

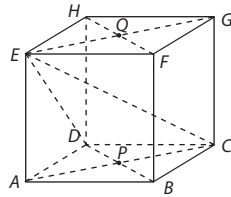
Diagonal ruang kubus dengan rusuk a cm = $a\sqrt{3}$ cm, sehingga

$$\text{Diagonal ruang} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

Jadi, jarak titik C dengan bidang BDG adalah $\frac{1}{3} \times 6\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ cm.

Jawaban: B

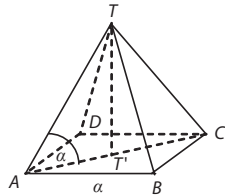
4. Kubus $ABCD.EFGH$ digambarkan sebagai berikut.



Perhatikan segitiga EDC .
Segitiga EDC merupakan
segitiga siku-siku di D .
Jadi, besar sudut EDC
adalah 90° .

Jawaban: E

5. Sudut garis TA dan bidang $ABCD$.



Proyeksi TA pada bidang $ABCD$ adalah $T'A$

Sehingga $\angle(TA, ABCD) = \angle(TA, AT') = \alpha$

$$AT' = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}a\sqrt{2}$$

Perhatikan $\triangle AT'T$

$$\cos \alpha = \frac{AT'}{AT} = \frac{\frac{1}{2}a\sqrt{2}}{a} = \frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

Jawaban: C

6. Garis potong bidang ACF dan bidang $ABCD$ adalah AC . Garis pada bidang ACF dan $ABCD$ yang tegak lurus AC adalah FT dan BT .

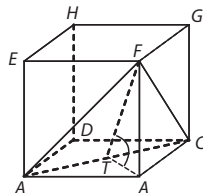
$$\angle(ACF, ABCD) = \angle(FT, BT) = \alpha$$

Perhatikan segitiga siku-siku BTF .

$$BT = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}a\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} FT &= \sqrt{a^2 + \left(\frac{1}{2}a\sqrt{2}\right)^2} \\ &= \sqrt{a^2 + \frac{1}{2}a^2} \\ &= \sqrt{\frac{3}{2}a^2} = a\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}a\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\cos \alpha = \frac{BT}{FT} = \frac{\frac{1}{2}a\sqrt{2}}{\frac{1}{2}a\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$



Jawaban: A

Bab 15 Peluang

1. Diketahui angka-angka 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 akan disusun menjadi bilangan antara 2.000 dan 6.000 serta tidak ada angka yang sama.

I	II	III	IV
---	----	-----	----

Kotak I = 4 cara

Kotak II = 7 cara

Kotak III = 6 cara

Kotak IV = 5 cara

Banyaknya susunan angka = $4 \times 7 \times 6 \times 5 = 840$

Jadi, banyaknya susunan angka di antara 2.000 dan 6.000 adalah 840.

Jawaban: E

$$2. {}_{10}P_3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7!} = 10 \times 9 \times 8 = 720$$

Jadi, banyaknya susunan terpilihnya juara adalah 720.

Jawaban: E

3. Terdapat 4 siswa kelas XII
3 siswa kelas XI
2 siswa kelas X

Sehingga terdapat 9 orang.

Dibentuk panitia HUT kemerdekaan yang terdiri atas ketua, wakil ketua, dan bendahara. Banyak pemilihan panitia adalah:

$${}_9P_3 = \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$$

Jawaban: D

$$4. {}_8C_5 = \frac{8!}{(8-5)!5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3! \times 1 \times 5!} = 8 \times 7 = 56$$

Jadi, banyaknya cara pelatih menyusun tim basket adalah 56.

Jawaban: A

5. Komposisi lama kerja Elli pada hari-hari tersebut adalah:

I. 6, 6, 9

II. 6, 7, 8

III. 7, 7, 7

Permutasi dari 6, 6, 9 yaitu:

$$\frac{3!}{2!} = 3 \text{ (permutasi berulang)}$$

Permutasi dari 6, 7, 8 yaitu:

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \text{ (permutasi n unsur)}$$

Permutasi dari 7, 7, 7 yaitu:

$$\frac{3!}{3!} = 1 \text{ (permutasi berulang)}$$

Jadi, komposisi lama jam kerja Elli pada hari-hari tersebut yang mungkin adalah $3 + 6 + 1 = 10$.

Jawaban: A

6. Soal 1–5 harus dikerjakan, sehingga terdapat 4 soal lagi yang dapat dipilih. Sisa soal yang belum dikerjakan 4 soal lagi. Sehingga siswa itu dapat memilih 4 soal dari 5 soal yang tersedia, yaitu:

$${}_5C_4 = \frac{5!}{4!(5-4)!} = \frac{5 \cdot 4!}{4! \cdot 1!} = \frac{5}{1} = 5$$

Jadi, banyak pilihan soal yang mungkin dapat dipilih untuk dikerjakan adalah 5 cara.

Jawaban: B

7. $A = \{\text{kejadian munculnya jumlah kedua mata dadu kurang dari 4}\} = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\}$, $n(A) = 3$
 $S = \{\text{ruang sampel kedua mata dadu}\}$, $n(S) = 36$
 Sehingga, peluang kejadian A adalah

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

 Jadi, peluang munculnya jumlah kedua mata dadu kurang dari 4 adalah $\frac{3}{36}$.

Jawaban: C

8. $B = \{\text{kejadian munculnya paling sedikit dua gambar}\} = \{(G, G, A), (G, A, G), (A, G, G), (G, G, G)\}$, $n(B) = 4$
 $S = \{\text{ruang sampel tiga keping koin logam}\}$, $n(S) = 8$
 $N = 600$ kali
 Sehingga, frekuensi harapan kejadian B adalah

$$FH = P(B) \times N = \frac{n(B)}{n(S)} \times N = \frac{4}{8} \times 600 \text{ kali} = 300$$

 Jadi, frekuensi harapan munculnya paling sedikit dua gambar adalah 300.

Jawaban: C

Bab 16 Statistika

1. Besar persentase dalam lingkaran 100%
 Banyak siswa yang menggunakan sepeda motor = 180 siswa
 Besar persentase sepeda motor = 45%
 Banyaknya keseluruhan siswa = $\frac{100}{45} \times 180 = 400$
 Jadi, banyaknya keseluruhan siswa adalah 400 orang.
- Jawaban: A**
2. Berdasarkan diagram batang pada soal diperoleh
 Banyak siswa keseluruhan = 50 siswa
 Banyak siswa yang jumlah anggota keluarga 3 orang = 4 siswa
 Banyak siswa yang jumlah anggota keluarga 4 orang = 12 siswa
 Banyak siswa yang jumlah anggota keluarga 6 orang = 11 siswa
 Banyak siswa yang jumlah anggota keluarga 7 orang = 9 siswa

Banyak siswa yang jumlah anggota keluarga 5 orang adalah

$$\begin{aligned} p &= 50 - (4 + 12 + 11 + 9) \\ &= 50 - 36 \\ &= 14 \end{aligned}$$

Jadi, banyaknya siswa yang jumlah anggota keluarganya 5 orang adalah 14 siswa.

Jawaban: B

3. Siswa yang lulus dan dapat diterima adalah mereka yang mendapat nilai minimal 70.
 Sehingga nilai yang tidak diterima 60 dan 50.
 Nilai 60 sebanyak 15 orang
 Nilai 50 sebanyak 5 orang
 Sehingga banyak siswa yang tidak diterima $15 + 5 = 20$ orang
 Jumlah semua siswa adalah 50.
 Jadi, persentase siswa yang tidak diterima adalah

$$\frac{20}{50} \times 100\% = \frac{2}{5} \times 100\% = 40\%$$

Jawaban: C

4.
$$\sum x_i \times f_i = 8 \times 2 + 21 \times 4 + 34 \times 2 + 47 \times 1$$

$$= 16 + 84 + 68 + 47 = 215$$

$$\sum f_i = 2 + 4 + 2 + 1 = 9$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{215}{9} = 23\frac{8}{9}$$

 Jadi, rata-rata nilai tersebut adalah $23\frac{8}{9}$.

Jawaban: D

5. Berdasarkan tabel frekuensi pada soal diperoleh
 Kelas modus = kelas ke-4 yaitu interval 158–163
 $T_b = 157,5$
 $d_1 = 17 - 14 = 3$
 $d_2 = 17 - 12 = 5$
 $l = 6$
 Sehingga,

$$\begin{aligned} Mo &= T_b + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) l = 157,5 + \left(\frac{3}{3+5} \right) 6 \\ &= 157,5 + \frac{18}{8} = 157,5 + 2,25 = 159,75 \end{aligned}$$

Jadi, modus data tersebut adalah 159,75 cm.

Jawaban: D

6. Berdasarkan tabel frekuensi pada soal diperoleh
 Jumlah frekuensi = $n = 100$
 Median pada data ke- $\frac{1}{2}(100) = 50$, berada pada interval 16–19
 $T_b = 15,5$;
 $F_k = 34$;
 $f_{Me} = 40$;
 $l = 4$

Sehingga,

$$\begin{aligned} Me &= T_b + \left(\frac{\frac{1}{2}n - F_k}{f_{Me}} \right) I \\ &= 15,5 + \left(\frac{50 - 34}{40} \right) 4 = 15,5 + \frac{16}{10} \\ &= 15,5 + 1,6 = 17,1 \end{aligned}$$

Jadi, median data umur tersebut adalah 17,1.

Jawaban: B

7. Berdasarkan histogram pada soal diperoleh:
 n = banyak frekuensi = 50

Letak median = $\frac{1}{2} \cdot n = \frac{1}{2} \cdot 50 = 25$ (terletak pada kelas ke-4)

T_b = tepi bawah kelas = 48,5

F_k = Frekuensi kumulatif sebelum kelas median = 20

f_{Me} = Frekuensi kelas median = 12

I = interval = 36,5 - 30,5 = 6

$$\begin{aligned} Me &= T_b + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_k}{f_{Me}} \right) I = 48,5 + \left(\frac{25 - 20}{12} \right) \cdot 6 \\ &= 48,5 + \left(\frac{5}{12} \right) \cdot 6 \\ &= 48,5 + 2,5 = 51,0 \end{aligned}$$

Jadi, median data tersebut adalah 51,0.

Jawaban: A

8. $n = 5 + 10 + 12 + 7 + 6 = 40$
 Kuartil bawah (Q_1)

Letak $Q_1 = \frac{1}{4} \cdot n = \frac{1}{4} \cdot 40 = 10$

Terletak pada kelas ke-2 (135-139)

T_b = tepi bawah kelas = 135 - 0,5 = 134,5

$F_k = 5$

$f_{Q_1} = 10$

I = interval = 5

$$\begin{aligned} Q_1 &= T_b + \left(\frac{\frac{n}{4} - F_k}{f_{Q_1}} \right) I \\ &= 134,5 + \left(\frac{10 - 5}{10} \right) 5 \\ &= 134,5 + \frac{5}{10} \cdot 5 \\ &= 134,5 + 2,5 = 137,0 \end{aligned}$$

Jawaban: C

9. $n = 4 + 8 + 14 + 35 + 27 + 9 + 3 = 100$

Kuartil tengah (Q_2)

Letak $Q_2 = \frac{2}{4} \cdot n = \frac{2}{4} \cdot 100 = 50$

Terletak pada kelas ke-4 (65-69)

T_b = tepi bawah kelas = 65 - 0,5 = 64,5

$F_k = 26$

$f_{Q_2} = 35$

I = interval = 5

$$\begin{aligned} Q_2 &= T_b + \left(\frac{\frac{2n}{4} - F_k}{f_{Q_2}} \right) I \\ &= 64,5 + \left(\frac{50 - 26}{35} \right) 5 \\ &= 64,5 + \frac{24}{35} \cdot 5 \\ &= 64,5 + \frac{24}{7} \\ &= 64,5 + 3,43 = 67,93 \end{aligned}$$

Jawaban: C

10. $n = 2 + 4 + 6 + 5 + 3 = 20$

Kuartil atas (Q_3)

Letak $Q_3 = \frac{3}{4} \cdot n = \frac{3}{4} \cdot 20 = 15$

Terletak pada kelas ke-4 (56-58)

T_b = tepi bawah kelas = 56 - 0,5 = 55,5

$F_k = 12$

$f_{Q_3} = 5$

I = interval = 3

$$\begin{aligned} Q_3 &= T_b + \left(\frac{\frac{3n}{4} - F_k}{f_{Q_3}} \right) I \\ &= 55,5 + \left(\frac{15 - 12}{5} \right) 3 \\ &= 55,5 + \frac{3}{5} \cdot 3 \\ &= 55,5 + \frac{9}{5} \\ &= 55,5 + 1,8 = 57,3 \end{aligned}$$

Jawaban: A

11. Data: 2, 3, 5, 6, 6, 7, 8, 11

$$\bar{x} = \frac{2+3+5+2(6)+7+8+11}{8} = \frac{48}{8} = 6$$

$$\sum |x_i - \bar{x}| = |2-6| + |3-6| + |5-6| + 2|6-6| + |7-6| + |8-6| + |11-6| \\ = 4 + 3 + 1 + 0 + 1 + 2 + 5 = 16$$

$$SR = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{16}{8} = 2$$

Jawaban: A

12. Data: 6, 8, 6, 7, 8, 7, 9, 7, 7, 6, 7, 8, 6, 5, 8, 7

$$\bar{x} = \frac{5+4(6)+6(7)+4(8)+9}{16} = \frac{112}{16} = 7$$

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = (5-7)^2 + 4(6-7)^2 + 6(7-7)^2 + 4(8-7)^2 + (9-7)^2 \\ = (-2)^2 + 4(-1)^2 + 6(0)^2 + 4(1)^2 + (2)^2 \\ = 4 + 4 + 0 + 4 + 4 = 16$$

$$\text{Varians} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{16}{16} = 1$$

Jawaban: C

13. $\bar{x} = \frac{2+5+7+6+4+5+8+3}{8}$

$$\bar{x} = \frac{40}{8} = 5$$

$$S = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = (2-5)^2 + 2 \cdot (5-5)^2 + (7-5)^2 + (6-5)^2 + (4-5)^2 + (8-5)^2 + (3-5)^2 \\ = 9 + 0 + 4 + 1 + 1 + 9 + 4 = 28$$

$$S = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{28}{8}$$

Jawaban: E

14. Data: 3, 4, 4, 5, 6, 6, 7

$$\bar{x} = \frac{3+4(2)+5+6(2)+7}{7} = \frac{35}{7} = 5$$

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = (3-5)^2 + 2(4-5)^2 + (5-5)^2 + 2(6-5)^2 + (7-5)^2 \\ = (-2)^2 + 2(-1)^2 + (0)^2 + 2(1)^2 + (2)^2 \\ = 4 + 2 + 0 + 2 + 4 = 12$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{12}{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}} \sqrt{21}$$

Jawaban: E

PEMBAHASAN DAN KUNCI JAWABAN SOAL PEMAHAMAN PAKET 1

**MATEMATIKA
IPS**

$$1. \left(\frac{5x^2y^4}{3xy^{-3}} \right)^{-1} = \left(\frac{5}{3} x^{2-1} y^{4-(-3)} \right)^{-1} \\ = \left(\frac{5}{3} xy^7 \right)^{-1} = \left(\frac{5}{3} \right)^{-1} x^{(-1)} y^{7(-1)} = \frac{3}{5xy^7}$$

Jawaban: C

$$2. \sqrt{27} + \sqrt{75} - \sqrt{108} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ = (3+5-6+1)\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

Jawaban: A

$$3. \frac{1}{{}^3\log 60} + \frac{1}{{}^4\log 60} + \frac{1}{{}^5\log 60} \\ = {}^{60}\log 3 + {}^{60}\log 4 + {}^{60}\log 5 \\ = {}^{60}\log (3 \times 4 \times 5) = {}^{60}\log 60 = 1$$

Jawaban: A

$$4. f(g(x)) = x^2 + 6x + 7 \\ g(x) + 3 = x^2 + 6x + 7 \Rightarrow g(x) = x^2 + 6x + 4$$

Jawaban: D

$$5. f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a} \\ f(x) = \frac{3x+2}{x-4}, \text{ dengan rumus diperoleh:} \\ f^{-1}(x) = \frac{-(-4)x+2}{x-3} = \frac{4x+2}{x-3}, x \neq 3$$

Jawaban: A

$$6. \text{ Persamaan grafik fungsi kuadrat yang mempunyai} \\ \text{titik balik minimum adalah} \\ y = a(x - x_p)^2 + y_p = a(x - 3)^2 - 2 \dots (1) \\ \text{Karena melalui titik } (0, 16), \text{ maka persamaan (1)} \\ \text{menjadi} \\ 16 = a(0 - 3)^2 - 2 \Rightarrow 16 = 9a - 2 \Rightarrow 9a = 18 \Rightarrow a = 2 \\ \text{Sehingga diperoleh} \\ y = 2(x - 3)^2 - 2 = 2(x^2 - 6x + 9) - 2 = 2x^2 - 12x + 16$$

Jawaban: A

$$7. x^2 + px + q = 0 \text{ akar-akarnya } \alpha \text{ dan } \beta.$$

$$\alpha + \beta = -\frac{p}{1} = -p \text{ dan } \alpha\beta = \frac{q}{1} = q \\ \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} \\ = \frac{(-p)^2 - 2q}{q} = \frac{p^2 - 2q}{q}$$

Jawaban: A

$$8. \text{ Akar-akar } x^2 - 6x + 5 = 0 \text{ adalah } x_1 \text{ dan } x_2. \\ \text{Persamaan kuadrat yang akar-akarnya } 2x_1 - 5 \text{ dan } 2x_2 - 5, \\ \text{misal akar persamaan kuadrat baru } \alpha = 2x_1 - 5 \\ x_1 = \frac{\alpha + 5}{2}, \text{ substitusikan ke persamaan}$$

$$\left(\frac{x+5}{2} \right)^2 - 6 \left(\frac{x+5}{2} \right) + 5 = 0 \\ \frac{x^2 + 10x + 25}{4} - 3x - 15 + 5 = 0 \\ \frac{x^2 + 10x + 25}{4} - 3x - 10 = 0 \text{ (kali 4)} \\ x^2 + 10x + 25 - 12x - 40 = 0 \\ x^2 - 2x - 15 = 0$$

Jawaban: B

$$9. B(x) = x^2 - 4x + 19 \\ B'(x) = 2x - 4$$

$$\text{Agar maksimum } B'(x) = 0 \\ 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$B(2) = (2)^2 - 4(2) + 19 = 4 - 8 + 19 = 15$$

Jadi, biaya minimum yang dikeluarkan pada saat $x = 2$ adalah Rp15.000.000,00.

Jawaban: E

$$10. \text{ Diketahui sistem persamaan } 3x + 2y = 8 \text{ dan } 2x + 3y = 17.$$

$$\begin{array}{rcl} 3x + 2y = 8 & \times 2 & 6x + 4y = 16 \\ 2x + 3y = 17 & \times 3 & 6x + 9y = 51 \\ \hline & & -5y = -35 \Leftrightarrow y = 7 \end{array}$$

$$\text{Substitusikan } y = 7 \text{ ke persamaan } 3x + 2y = 8$$

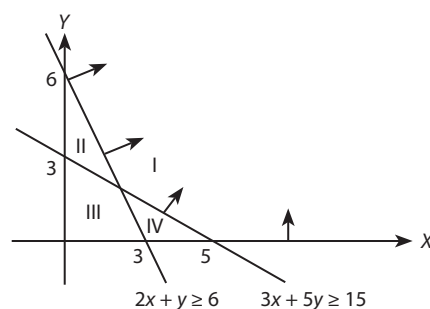
$$3x + 2(7) = 8 \Rightarrow 3x + 14 = 8 \Rightarrow 3x = -6 \Rightarrow x = -2$$

Karena m dan n merupakan penyelesaian sistem persamaan linear, maka $m = -2$ dan $n = 7$.

$$\text{sehingga, } m - n = -2 - 7 = -9$$

Jawaban: E

11.



$2x + y \geq 6$ (sebelah kanan garis)
 $3x + 5y \geq 15$ (sebelah kanan garis)
 $x \geq 0, y \geq 0$ kuadran I
 Jadi, daerah himpunan penyelesaiannya adalah daerah I.

Jawaban: A

12. Misalkan banyak jeruk = x dan banyak apel = y .

	Banyaknya (kg)	Biaya (Rp)
Jeruk	x	12.000
Apel	y	16.000
Modal	40	600.000

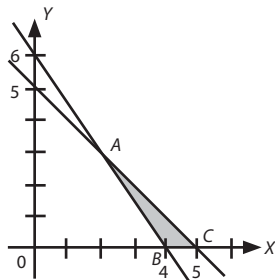
Model matematika:

$$\begin{aligned}
 x + y &\leq 40 \\
 12.000x + 16.000y &\leq 600.000 \Rightarrow 3x + 4y \leq 150 \\
 x &\geq 0, y \geq 0
 \end{aligned}$$

Jawaban: B

13. Sistem pertidaksamaan:

$$\begin{aligned}
 3x + 2y &\geq 12 \\
 x + y &\leq 5 \\
 x &\geq 0 \text{ dan } y \geq 0
 \end{aligned}$$



Daerah yang diarsir adalah daerah himpunan penyelesaian:

Menentukan titik A

$$\begin{array}{rcl}
 3x + 2y &= & 12 \quad \times 1 \quad 3x + 2y = 12 \\
 x + y &= & 5 \quad \times 2 \quad 2x + 2y = 10 \\
 \hline
 & & x = 2 \Rightarrow y = 3
 \end{array}$$

Sehingga titik A(2, 3)

Fungsi objektif $f(x, y) = 2x + 3y$

$$A(2, 3) \Rightarrow f = 2(2) + 3(3) = 13 \text{ (maks)}$$

$$B(4, 0) \Rightarrow f = 2(4) + 3(0) = 8$$

$$C(5, 0) \Rightarrow f = 2(5) + 3(0) = 10$$

Jadi, nilai maksimum dari fungsi objektif $2x + 3y$ adalah 13.

Jawaban: C

14. Langkah 1: Tabel

Barang jualan	Muatan	Modal	Keuntungan
Jagung (x)	x	2.000	750
Pisang (y)	y	4.000	1.000
	40	132.000	...

Langkah 2: Model Matematika

$$\text{Maks: } 750x + 1.000y = \dots$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

$$x + y \leq 40,$$

$$2.000x + 4.000y \leq 132.000 \Rightarrow x + 2y \leq 66$$

Langkah 3: Penyelesaian

Dengan metode gradien

$$750x + 1.000y, \text{ gradiennya } m = -\frac{750}{1.000} = -\frac{3}{4}$$

$$x + y \leq 40, \text{ gradiennya } m_1 = -\frac{1}{1} = -1$$

$$x + 2y \leq 66, \text{ gradiennya } m_2 = -\frac{1}{2}$$

Karena $m_1 < m < m_2$, maka titik maksimumnya berada di titik potong antara garis $x + y = 40$ dan $x + 2y = 66$

$$x + 2y = 66$$

$$x + y = 40$$

$$y = 26$$

Substitusikan $y = 26$ ke $x + y = 40$, diperoleh

$$x + 26 = 40 \Rightarrow x = 14$$

$$750x + 1.000y = 10.500 + 26.000 = 36.500,00$$

Jadi, keuntungan maksimum yang diperoleh adalah Rp36.500,00.

Jawaban: C

15. Dalam bentuk sistem persamaan linear dua variabel diperoleh:

$$\begin{cases}
 3x + 2y = 100.000 \\
 x + 3y = 62.500
 \end{cases}$$

Diubah ke dalam bentuk matriks:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100.000 \\ 62.500 \end{pmatrix}$$

$$\text{Jadi, persamaan matriksnya } \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100.000 \\ 62.500 \end{pmatrix}.$$

Jawaban: D

$$16. A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 11 \end{pmatrix}$$

$$A^T B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 15 \\ 0 & 18 \end{pmatrix}$$

$$\det(A^T B) = \begin{vmatrix} 9 & 15 \\ 0 & 18 \end{vmatrix} = (9)(18) - (15)(0) = 162$$

Jawaban: E

$$17. \text{ Diketahui } A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -4 & -7 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$P = A + B$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -4 & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$P^{-1} = \frac{1}{\det P} \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{-10+12} \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ \frac{3}{2} & \frac{5}{2} \end{pmatrix}$$

Jawaban: C

18. Diketahui barisan aritmetika

$$U_5 = 19 \Rightarrow a + 4b = 19$$

$$U_{11} = 43 \Rightarrow a + 10b = 43$$

$$-6b = -24 \Leftrightarrow b = 4$$

Substitusikan $b = 4$ ke persamaan $a + 4b = 19$

$$a + 4(4) = 19 \Rightarrow a = 3$$

Sehingga,

$$U_{15} = a + 14b = 3 + 14(4) = 3 + 56 = 59$$

Jawaban: E

19. $U_1 = a = 3$

$$S_{\infty} = 15$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$15 = \frac{3}{1-r}$$

$$15 - 15r = 3$$

$$15r = 12$$

$$r = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

Jawaban: B

20. Banyaknya baris kursi pada gedung pertunjukan membentuk deret aritmetika dengan $b = 2$
Sehingga deret aritmetika akan berbentuk jika suku awal a :

$$a + (a + 2) + (a + 4) + (a + 6) + \dots$$

$$U_6 = a + 5b = a + 5(2) = a + 10$$

$$U_9 = a + 8b = a + 8(2) = a + 16$$

$$\frac{U_9}{U_6} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{a+16}{a+10} = \frac{4}{3} = 3a + 48 = 4a + 40 \Rightarrow a = 8$$

Jadi, suku awal $a = 8$.

$$U_n = 50$$

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$50 = 8 + (n - 1)2 \Rightarrow 50 = 6 + 2n \Rightarrow 2n = 44 \Rightarrow n = 22$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

$$S_{22} = \frac{22}{2}(8 + U_{22}) = 11(8 + 50) = 11(58) = 638$$

Jadi, banyak kursi yang dimiliki gedung tersebut adalah 638 kursi.

Jawaban: C

21. Misalkan jumlah populasi pada tahun 1960 = $U_1 = a$
Jumlah populasi pada tahun 2000 = $U_5 = ar^4 = 1$ juta

$$r = \frac{1}{2}$$

$$ar^4 = 1 \text{ juta}$$

$$a\left(\frac{1}{2}\right)^4 = 1$$

$$\frac{1}{16}a = 1 \Rightarrow a = 16$$

Jadi, pada tahun 1960 jumlah populasi hewan A adalah 16 juta ekor.

Jawaban: C

$$22. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x+9}{x^2-2x-15} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3(x+3)}{(x-5)(x+3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3}{x-5} = \frac{3}{-3-5} = -\frac{3}{8}$$

Jawaban: B

23. Perhatikan pangkat suku terbesarnya:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-2x-8}{(3x-4)(3x-2)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{(3x)(3x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{9x^2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Jawaban: C

$$24. f(x) = (2x^2 + 3)^3$$

$$f'(x) = 3(2x^2 + 3)^2(4x) = 12x(2x^2 + 3)^2$$

Jawaban: A

$$25. y = x^3 + 3x^2 - 8x + 1$$

$$y' = 3x^2 + 6x - 8$$

$$\text{Pembuat nol } y' = 0$$

$$0 = 3x^2 + 6x - 8$$

$$0 = (x + 1 + \frac{\sqrt{33}}{3})(x + 1 - \frac{\sqrt{33}}{3})$$

Pembuat nol dan y' adalah

$$x = -\frac{\sqrt{33}}{3} - 1 \text{ dan } x = \frac{\sqrt{33}}{3} - 1$$

Jadi, fungsi $y = x^3 + 3x^2 - 8x + 1$ akan turun pada interval

$$-\frac{\sqrt{33}}{3} - 1 < x < \frac{\sqrt{33}}{3} - 1$$

Jawaban: -

$$26. \int (10x^4 - 3x^2 + 2) dx = \frac{10}{5}x^5 - \frac{3}{3}x^3 + 2x + C$$

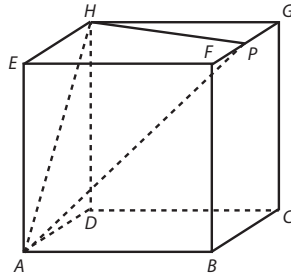
$$= 2x^5 - x^3 + 2x + C$$

Jawaban: C

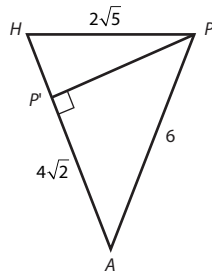
$$\begin{aligned}
 27. \quad \int_{-1}^2 (-x^2 + 2x + 2) dx &= -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 2x \Big|_{-1}^2 \\
 &= \left[-\frac{1}{3}(2)^3 + (2)^2 + 2(2) \right] - \left[-\frac{1}{3}(-1)^3 + (-1)^2 + 2(-1) \right] \\
 &= \left[-\frac{8}{3} + 4 + 4 \right] - \left[\frac{1}{3} + 1 - 2 \right] = -\frac{9}{3} + 9 = -3 + 9 = 6
 \end{aligned}$$

Jawaban: D

28. Perhatikan gambar berikut.

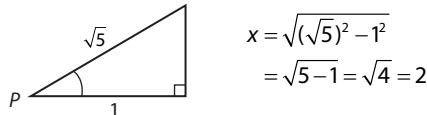


Perhatikan $\triangle APH$.



$$\begin{aligned}
 PH &= \sqrt{GH^2 + PG^2} \\
 &= \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \\
 BP &= PH = 2\sqrt{5} \\
 AP &= \sqrt{AB^2 + BP^2} \\
 &= \sqrt{4^2 + (2\sqrt{5})^2} = 6 \\
 AH^2 &= AP^2 + PH^2 - 2 \cdot AP \cdot PH \cos P \\
 (4\sqrt{2})^2 &= 6^2 + (2\sqrt{5})^2 - 2 \cdot 6 \cdot 2\sqrt{5} \cos P \\
 32 &= 36 + 20 - 24\sqrt{5} \cos P \\
 \cos P &= \frac{24}{24\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}
 \end{aligned}$$

Perhatikan segitiga berikut.



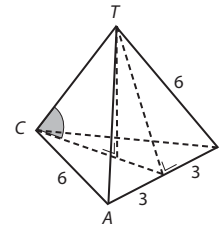
Sehingga, $\sin P = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$$\begin{aligned}
 \text{Luas } \triangle APH &= \frac{1}{2} \cdot AP \cdot PH \sin P \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2\sqrt{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Luas } APH &= \frac{1}{2} \cdot AH \cdot PP' \\
 12 &= \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot PP' \\
 \frac{12}{2\sqrt{2}} &= PP' \\
 3\sqrt{2} &= PP'
 \end{aligned}$$

Jawaban: D

$$\begin{aligned}
 29. \quad TT' &= \sqrt{TB^2 - T'B^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} \\
 &= \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \\
 CT' &= TT' = 3\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

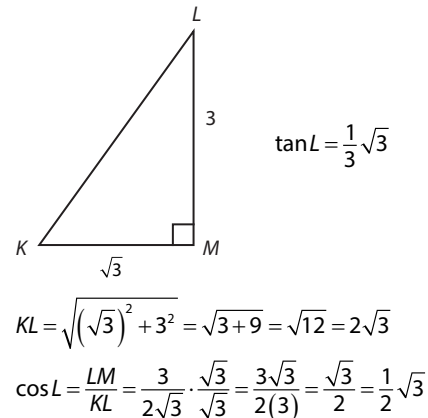


Perhatikan $\triangle CTT'$

$$\begin{aligned}
 \cos \angle (TC, ABC) &= \frac{CT^2 + CT'^2 - TT'^2}{2 \cdot CT \cdot CT'} \\
 &= \frac{6^2 + (3\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{3})^2}{2 \cdot 6 \cdot 3\sqrt{3}} = \frac{36}{36\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}
 \end{aligned}$$

Jawaban: C

30. Perhatikan segitiga KLM berikut ini.



$$\begin{aligned}
 KL &= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 3^2} = \sqrt{3 + 9} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \\
 \cos L &= \frac{LM}{KL} = \frac{3}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2(3)} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Jawaban: B

$$\begin{aligned}
 31. \quad 2\sin x + 1 &= 0 \\
 2\sin x &= -1 \\
 \sin x &= -\frac{1}{2} \\
 \sin x &= \sin 210^\circ
 \end{aligned}$$

Sehingga:

$$x = 210^\circ + k \cdot 360^\circ$$

$$\text{untuk } k = 0 \Rightarrow x = 210^\circ$$

$$\text{untuk } k = 1 \Rightarrow x = 570^\circ \text{ (TM)}$$

atau

$$x = (180^\circ - 210^\circ) + k \cdot 360^\circ$$

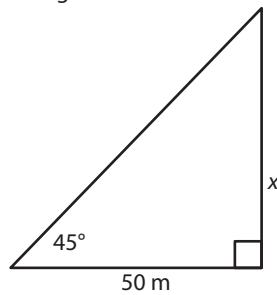
$$\text{untuk } k = 0 \Rightarrow x = -30^\circ \text{ (TM)}$$

$$\text{untuk } k = 1 \Rightarrow x = 330^\circ$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya $\{210^\circ, 330^\circ\}$.

Jawaban: E

32. Ilustrasi dari permasalahan dapat digambarkan sebagai berikut.



$$\tan 45^\circ = \frac{x}{50} \Rightarrow 1 = \frac{x}{50} \Rightarrow x = 50$$

Jadi, tinggi tiang bendera tersebut adalah 50 m.

Jawaban: B

33. Banyak siswa yang diterima di UNPAD
 $= 80 - (16 + 14 + 11 + 15) = 80 - 56 = 24$
 Jadi, persentase banyak siswa yang diterima di UNPAD adalah $\frac{24}{80} \times 100\% = 30\%$

Jawaban: B

34. Perhatikan tabel berikut.

Skor	Frekuensi (f_i)	Titik Tengah (x_i)	$f_i \times x_i$
2-6	6	4	24
7-11	8	9	72
12-16	18	14	252
17-21	3	19	57
22-26	9	24	216
Jumlah	44		621

$$\text{Jadi, rata-rata skor tersebut} = \frac{\sum f_i \times x_i}{\sum f_i} = \frac{621}{44} = 14,11$$

Jawaban: E

$$35. \bar{x} = \frac{8+7+4+6+5+3+2}{7} = \frac{35}{7} = 5$$

$$\text{var} = \frac{(8-5)^2 + (7-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + (3-5)^2 + (2-5)^2 + (6-5)^2}{7}$$

$$= \frac{9+4+1+0+4+9+1}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

Jawaban: B

36. Banyak jabat tangan adalah

$$C_2^n = \frac{n!}{2!(n-2)!} = 66$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)!}{2!(n-2)!} = 66$$

$$n^2 - n - 132 = 0$$

$$(n+11)(n-12) = 0$$

$$n = -11 \text{ atau } n = 12, \text{ ambil yang positif}$$

Jadi, banyak orang yang hadir dalam pertemuan adalah 12 orang.

Jawaban: B

37. Dari 9 orang siswa dibentuk panitia acara perpisahan yang terdiri atas ketua, sekretaris, dan bendahara. Banyak pemilihan panitia:

$${}_9P_3 = \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9!}{6!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times \cancel{6!}}{\cancel{6!}} = 9 \times 8 \times 7 = 504$$

Jadi, banyak susunan panitia yang dapat dibentuk adalah 504.

Jawaban: E

$$38. C_2^{20} = \frac{20!}{2!(20-2)!} = \frac{20 \times 19 \times \cancel{18!}}{2! \times \cancel{18!}} = 10 \times 19 = 190$$

Jawaban: B

39. $N = 240$ kali

S = ruang sampel uang logam dan sebuah dadu dilempar bersama-sama, $n(S) = 12$

A = kejadian munculnya gambar pada uang logam dan angka genap pada dadu
 $= \{(G, 2), (G, 4), (G, 6)\}, n(A) = 3$

$$FH = P(A) \times N = \frac{n(A)}{n(S)} \times N = \frac{3}{12} \times 240 = 60$$

Jadi, frekuensi harapan muncul gambar pada uang logam dan angka genap pada dadu adalah 60.

Jawaban: C

40. Misalkan peluang terambil 1 warna merah $P(A)$ dan peluang terambil 1 warna hitam $P(B)$

$$\text{Peluang terambil 1 merah dan 1 hitam} = \frac{n(A) \times n(B)}{n(S)}$$

$$n(A) = C_1^5 = \frac{5 \times 4!}{1!(5-1)!} = \frac{5}{1} = 5$$

$$n(B) = C_1^2 = \frac{2 \times 1!}{1!(2-1)!} = \frac{2}{1} = 2$$

$$n(S) = C_2^7 = \frac{7 \times 6 \times 5!}{2!(7-2)!} = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 7 \times 3 = 21$$

$$\text{Peluang terambil 1 merah dan 1 hitam} = \frac{5 \times 2}{21} = \frac{10}{21}$$

Jawaban: D

PEMBAHASAN DAN KUNCI JAWABAN SOAL PEMAHAMAN PAKET 2

MATEMATIKA IPS

$$1. \left(\frac{4a^2b^3}{6ab^5} \right)^{-1} = \left(\frac{4}{6} a^{2-1} b^{3-5} \right)^{-1} = \left(\frac{2}{3} ab^{-2} \right)^{-1} \\ = \frac{2}{3} a^{-1} b^2 = \frac{2b^2}{3a}$$

Jawaban: B

$$2. (3\sqrt{147} + 2\sqrt{75}) - (\sqrt{300} - 5\sqrt{48}) \\ = (21\sqrt{3} + 10\sqrt{3}) - (10\sqrt{3} - 20\sqrt{3}) \\ = 31\sqrt{3} - (-10\sqrt{3}) \\ = 31\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 41\sqrt{3}$$

Jawaban: C

$$3. 3^6 \log 5 \times 2^6 \log 5 = (3 \times 2)^6 \log 5 = 6^6 \log 5 = 5$$

Jawaban: D

$$4. f(x) = (-2x + 6)(x - 5) \\ f(x) = -2x^2 + 16x - 30 \\ \text{Titik balik fungsi: } \left(\frac{-b}{2a}, \frac{D}{-4a} \right) \\ \frac{-b}{2a} = \frac{-(16)}{2(-2)} = \frac{-16}{-4} = 4 \\ \frac{D}{-4a} = \frac{b^2 - 4ac}{-4a} = \frac{16^2 - 4(-2)(-30)}{-4(-2)} \\ = \frac{256 - 240}{8} = \frac{16}{8} = 2$$

∴ Titik balik fungsi adalah (4, 2).

Jawaban: B

$$5. 9x^2 + p = -2 \text{ dan } x_1 = \frac{1}{3}, \text{ maka} \\ 9\left(\frac{1}{3}\right)^2 + p = -2 \Leftrightarrow 9\left(\frac{1}{9}\right) + p = -2 \\ \Leftrightarrow 1 + p = -2 \Leftrightarrow p = -3 \\ 9x^2 - 3 = -2 \Leftrightarrow 9x^2 - 1 = 0$$

Dari $9x^2 - 1 = 0$, diperoleh $x_1 + x_2 = 0$ dan $x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{9}$

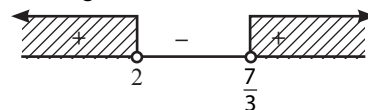
$$p(x_1^2 + x_2^2) = -3[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] \\ = -3[(0)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)] = -3\left(\frac{2}{9}\right) = -\frac{2}{3}$$

Jawaban: C

$$6. \text{ Misalkan } y = x + 1 \Leftrightarrow x = y - 1 \\ \text{Substitusikan } x = y - 1 \text{ ke persamaan } x^2 - 6x + 10 = 0 \\ (y - 1)^2 - 6(y - 1) + 10 = 0 \\ y^2 - 2y + 1 - 6y + 6 + 10 = 0 \\ y^2 - 8y + 17 = 0 \\ x^2 - 8x + 17 = 0$$

Jawaban: A

$$7. 7x - 14 < 3x^2 - 6x \\ 3x^2 - 13x + 14 > 0 \\ (3x - 7)(x - 2) > 0 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ x = \frac{7}{3} \quad x = 2$$



Karena pertidaksamaan kuadrat > 0 , maka yang memenuhi adalah daerah yang positif $x < 2$ atau $x > \frac{7}{3}$.

Jawaban: B

$$8. \text{ Misalkan harga kue pisang} = x \text{ dan harga kue keju} = y \\ \text{Mira} \Rightarrow 4x + 7y = 20.200 \\ \text{Reni} \Rightarrow 3x + 3y = 11.100 \Rightarrow x + y = 3.700$$

Jawaban: A

$$9. \text{ Misalkan banyak buah mangga} = x \text{ kg dan banyak} \\ \text{buah jeruk} = y \text{ kg} \\ \begin{array}{rcl} 3x + 2y = 116.000 & \times 4 & 12x + 8y = 464.000 \\ 4x + 5y = 199.000 & \times 3 & 12x + 15y = 597.000 \\ \hline & & -7y = -133.000 \\ & & y = 19.000 \end{array}$$

$$\text{Substitusikan } y = 19.000 \text{ ke persamaan } 3x + 2y = 116.000 \\ 3x + 2(19.000) = 116.000 \\ 3x + 38.000 = 116.000 \\ \Rightarrow 3x = 78.000 \\ \Rightarrow x = 26.000$$

Harga 1 kg jeruk dan 2 kg mangga = $y + 2x$, sehingga $19.000 + 2(26.000) = 19.000 + 52.000 = 71.000$
Jadi, harga 1 kg jeruk dan 2 kg mangga adalah Rp71.000,00.

Jawaban: D

10. $f(3x - 1) = x$

Misal: $3x - 1 = y$

$$3x = y + 1$$

$$x = \frac{y+1}{3} \Rightarrow f(y) = \frac{y+1}{3}$$

Berarti: $f(x) = \frac{x+1}{3}$

Jika $f(x) = \frac{x+1}{3}$ dan $g(x) = 18x^2 - 3x + 1$, maka

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{x+1}{3}\right)$$

$$= 18\left(\frac{x+1}{3}\right)^2 - 3\left(\frac{x+1}{3}\right) + 1$$

$$= 18\left(\frac{x^2 + 2x + 1}{9}\right) - (x+1) + 1$$

$$= 2x^2 + 4x + 2 - x - 1 + 1 = 2x^2 + 3x + 2$$

Jawaban: D

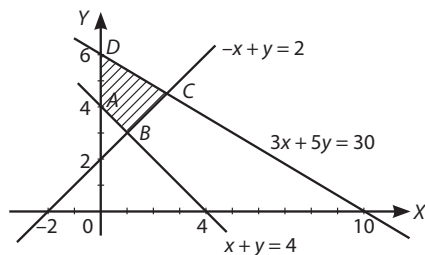
11. Diketahui $f(x) = \frac{2x+3}{2x-1}$, dengan $x \neq \frac{1}{2}$.

Jika $f(x) = \frac{2x+3}{2x-1}$, maka

$$f^{-1}(x) = \frac{-(-1)x+3}{2x-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2x-2}, x \neq 1$$

Jawaban: E

12.



Daerah yang diarsir adalah daerah himpunan penyelesaian.

Titik B:

$$\begin{array}{rcl} x + y & = & 4 \\ -x + y & = & 2 \\ \hline 2y & = & 6 \Leftrightarrow y = 3 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} x + y & = & 4 \\ x + 3 & = & 4 \\ \hline x & = & 1 \end{array}$$

$\therefore$ Titik B(1, 3)

Titik C:

$$\begin{array}{rcl} 3x + 5y & = & 30 \\ -x + y & = & 2 \\ \hline 3x + 5y & = & 30 \\ -3x + 3y & = & 6 \\ \hline 8y & = & 36 \Leftrightarrow y = \frac{36}{8} = \frac{9}{2} \end{array}$$

$$-x + y = 2 \Rightarrow -x + \frac{9}{2} = 2 \Rightarrow x = \frac{9}{2} - 2 = \frac{5}{2}$$

$\therefore$ Titik C $\left(\frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right)$

Fungsi objektif: $f(x, y) = 3x - 2y$

$$A(0, 4) \Rightarrow f = 0 - 8 = -8$$

$$B(1, 3) \Rightarrow f = 3 - 6 = -3$$

$$C\left(\frac{5}{2}, \frac{9}{2}\right) \Rightarrow f = \frac{15}{2} - 9 = \frac{15}{2} - \frac{18}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$D(0, 6) \Rightarrow f = 0 - 12 = -12 \text{ (min)}$$

$\therefore$ Nilai minimum adalah -12.

Jawaban: D

13. Misalkan banyak penumpang kelas utama = x dan banyak penumpang kelas ekonomi = y .

	Penumpang (orang)	Bagasi (kg)
Kelas utama	x	60
Kelas ekonomi	y	20
Kapasitas	48	1.440

Model matematika:

$$x + y \leq 48$$

$$60x + 20y \leq 1.440 \Rightarrow 3x + y \leq 72$$

$$x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0$$

Jawaban: A

14. Model matematika pada soal adalah

$$4x + 20y \leq 176$$

$$x + y \leq 20$$

Fungsi objektif/maksimum

$$f(x, y) = 1.000x + 2.000y$$

$$4x + 20y = 176 \quad \times 1 \quad 4x + 20y = 176$$

$$x + y = 20 \quad \times 4 \quad 4x + 4y = 80$$

$$16y = 96 \Leftrightarrow y = 6$$

Substitusikan $y = 6$ ke salah satu persamaan

$$x + y = 20 \Rightarrow x + 6 = 20 \Rightarrow x = 14$$

Titik potong kedua garis adalah (14, 6).

Uji titik pojok

Titik Pojok	$f(x, y) = 1.000x + 2.000y$
$(0, \frac{44}{5})$	$1.000(0) + 2.000(\frac{44}{5}) = 17.600$
(14, 6)	$1.000(14) + 2.000(6) = 26.000 \text{ (maks)}$
(20, 0)	$1.000(20) + 2.000(0) = 20.000$

Jawaban: D

15. $P = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ x+2 & y \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} -1 & 14 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, dan $R = \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$.

$$3P - Q = R$$

$$3 \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ x+2 & y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 14 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 3x+6 & 3y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 14 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -5 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$

Diperoleh:

- $3x + 6 - 3 = -4 \Rightarrow 3x = -7 \Rightarrow x = -\frac{7}{3}$
- $3y - 0 = 3 \Rightarrow 3y = 3 \Rightarrow y = 1$

Nilai dari: $3x - 4y = 3\left(-\frac{7}{3}\right) - 4(1) = -7 - 4 = -11$

Jawaban: A

$$16. \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} P = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -11 & 13 \end{pmatrix}$$

$$P = \frac{1}{\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}} \begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -11 & 13 \end{pmatrix}$$

$$P = \frac{1}{20} \begin{pmatrix} 80 & -100 \\ -20 & 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Jawaban: E

17. Diketahui deret aritmetika

$$U_1 = a = 6$$

$$U_9 = a + 8b = -10 \Rightarrow 6 + 8b = -10$$

$$8b = -16 \Rightarrow b = -2$$

Sehingga,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)b\}$$

$$S_{40} = \frac{40}{2} \{2(6) + (40-1)(-2)\} = 20(12 - 78) = -1.320$$

Jawaban: E

18. Diketahui deret geometri tak hingga.

$$U_2 = ar = 4 \quad \text{dan} \quad U_5 = ar^4 = \frac{32}{27}$$

$$ar^4 = \frac{32}{27} \Leftrightarrow ar \times r^3 = \frac{32}{27}$$

$$4r^3 = \frac{32}{27} \Rightarrow r^3 = \frac{32}{27 \times 4} = \frac{8}{27} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$$

$$U_2 = ar = 4 \Rightarrow a \cdot \frac{2}{3} = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{2} \cdot \frac{3}{2} = 6$$

Karena $a = 6$ dan $r = \frac{2}{3}$, maka:

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{6}{1-\frac{2}{3}} = \frac{6}{\frac{1}{3}} = 18$$

Jawaban: C

19. Hasil panen hari pertama = $a = 15$

kenaikan tiap hari = $b = 2$

Jumlah hasil panen selama 16 hari = S_{16}

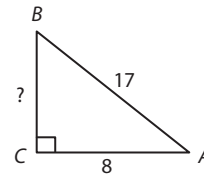
$$S_{16} = \frac{16}{2} \{2 \cdot 15 + (16-1)2\}$$

$$= 8\{2 \cdot 15 + 15 \cdot 2\} = 8\{30 + 30\} = 8(60) = 480$$

Jadi, jumlah hasil panen yang dicatat adalah 480 kg.

Jawaban: D

$$20. \cos A = \frac{\text{sa}}{\text{mi}} = \frac{8}{17}$$



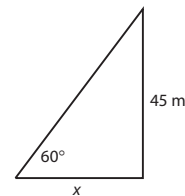
$$CA = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$$

$$\sin A = \frac{\text{de}}{\text{mi}} = \frac{15}{17}$$

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A = 2 \left(\frac{15}{17} \right) \left(\frac{8}{17} \right) = \frac{240}{289}$$

Jawaban: D

21. Ilustrasi dari permasalahan dapat digambarkan sebagai berikut.



$$\tan 60^\circ = \frac{45}{x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{45}{x}$$

$$x = 15\sqrt{3}$$

Jadi, panjang bayangan menara tersebut adalah $15\sqrt{3}$ m.

Jawaban: A

$$22. y = \frac{1}{x^2 + 1} = (x^2 + 1)^{-1}$$

$$y' = -\frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$$

Pembuat nol $y' = 0$

$$0 = -\frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$0 = -2x$$

$$0 = x$$

Pembuat nol y' adalah $x = 0$

Jadi, fungsi $y = \frac{1}{x^2 + 1}$, $x \geq 0$ akan turun pada interval $x > 0$.

Jawaban: B

23. Jika diperhatikan, grafik pada soal adalah grafik fungsi sinus, bentuk umum fungsi sinus adalah

$$f(x) = y = A \sin k(x + b)$$

$$\text{Amplitudo, } A = \frac{1}{2}(2 - (-2)) = 2$$

$$\text{Periode grafik, } p = 2\pi$$

$$k = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

Persamaan fungsinya adalah

$$y = 2 \sin 1(x + b) = 2 \sin (x + b)$$

Grafik fungsi melalui titik (0, 2).

$$2 = 2 \sin(0 + b)$$

$$1 = \sin b$$

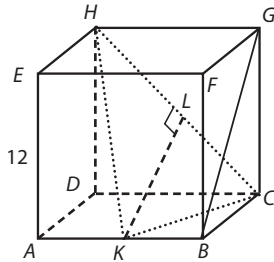
$$\sin b = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$b = \frac{\pi}{2}$$

Jadi, persamaan fungsinya adalah $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

Jawaban: C

24. Perhatikan kubus $ABCD.EFGH$ berikut ini.

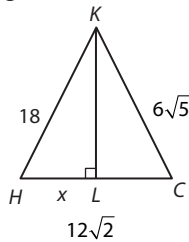


HC diagonal bidang, sehingga $HC = 12\sqrt{2}$

$$KC = \sqrt{12^2 + 6^2} = \sqrt{144 + 36} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

$$HK = \sqrt{(12\sqrt{2})^2 + 6^2} = \sqrt{288 + 36} = \sqrt{324} = 18$$

Perhatikan segitiga HKC



$$KL^2 = 18^2 - x^2 = (6\sqrt{5})^2 - (12\sqrt{2} - x)^2$$

$$324 - x^2 = 180 - 288 + 24x\sqrt{2} - x^2$$

$$432 = 24x\sqrt{2}$$

$$x = 9\sqrt{2}$$

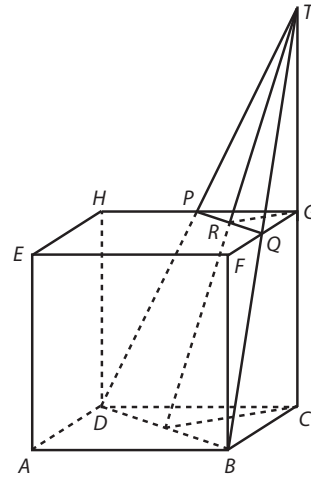
Jadi,

$$KL^2 = 18^2 - (9\sqrt{2})^2$$

$$KL = \sqrt{324 - 162} = \sqrt{162} = 9\sqrt{2}$$

Jawaban: D

25. Perhatikan gambar berikut.



Perhatikan $\triangle TBC$.

$$BC = 4 \text{ dan } TC = 4 + 4 = 8$$

$\triangle TQG$ kongruen dengan $\triangle TBC$, sehingga

$$\frac{GQ}{BC} = \frac{GT}{TC} \Leftrightarrow \frac{GQ}{4} = \frac{4}{8} \Leftrightarrow GQ = 2$$

Karena $\triangle TCD$ sama dan sebangun dengan $\triangle TBC$, maka $PG = GQ = 2$.

Selanjutnya perhatikan bahwa $\triangle PQG$ siku-siku di G .

$$PQ = \sqrt{PG^2 + GQ^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

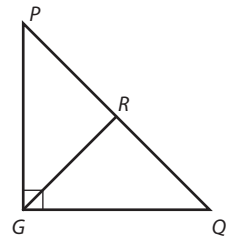
Dari luas $\triangle PQG$,

$$\frac{1}{2} \cdot GQ \cdot PG = \frac{1}{2} \cdot QP \cdot GR$$

$$2 \cdot 2 = 2\sqrt{2} \cdot GR$$

$$GR = \sqrt{2}$$

$$\tan \alpha = \frac{GR}{GT} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$



Jawaban: D

$$26. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 16}{x^2 - 4} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 16}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(2x^2 + 4x + 8)}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 4x + 8}{x+2} = \frac{2(2)^2 + 4(2) + 8}{2+2}$$

$$= \frac{8+8+8}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

Jawaban: E

$$27. f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 15x + 4$$

$$f'(x) = 6x^2 - 10x - 15$$

$$f'(-2) = 6(-2)^2 - 10(-2) - 15 = 24 + 20 - 15 = 29$$

Jawaban: A

$$28. y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 7$$

$$y' = 6x^2 - 6x - 12$$

Pembuat nol $y' = 0$

$$0 = 6x^2 - 6x - 12$$

$$0 = x^2 - x - 2$$

$$0 = (x - 2)(x + 1)$$

Pembuat nol y' adalah $x = -1$ dan $x = 2$

Jadi, grafik $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 7$ akan turun pada interval $-1 < x < 2$.

Jawaban: B

29. $L(x) = 120x - 12x^2$, agar maksimum $L'(x) = 0$

$$L'(x) = 0 \Rightarrow 120 - 24x = 0 \Rightarrow 24x = 120 \Rightarrow x = 5$$

$$L(5) = 120(5) - 12(5)^2$$

$$= 600 - 300 = 300$$

$$\Rightarrow 300 \times \text{Rp}100,00 = \text{Rp}30.000,00$$

Jadi, laba maksimum yang diperoleh adalah Rp30.000,00.

Jawaban: B

30. $\int (4x^3 + 3x^2 - 5) dx = \frac{4}{4}x^4 + \frac{3}{3}x^3 - 5x + C$

$$= x^4 + x^3 - 5x + C$$

Jawaban: E

31. $\int_0^p (2x + 3) dx = 4$

$$\left. \frac{2}{2}x^2 + 3x \right|_0^p = 4$$

$$x^2 + 3x \Big|_0^p = 4$$

$$(p^2 - 0^2) + 3(p - 0) = 4$$

$$p^2 + 3p - 4 = 0$$

$$(p + 4)(p - 1) = 0$$

Diperoleh $p = -4$ atau $p = 1$

Jadi, nilai p yang memenuhi adalah $p = -4$ atau $p = 1$.

Jawaban: C

32. Misalkan jumlah penduduk pada tahun 2011 adalah n . Karena jumlah penduduk dari tahun 2011 ke 2012 naik 3%, maka berlaku:

$$(1 + 3\%)JP_{2011} = JP_{2012}$$

$$\left(1 + \frac{3}{100}\right)n = 10.300$$

$$n + \frac{3}{100}n = 10.300 \Rightarrow 103n = 1.030.000 \Rightarrow n = 10.000$$

Jadi, jumlah penduduk pada tahun 2011 adalah 10.000 orang.

Persentase penduduk yang bekerja sebagai nelayan pada tahun 2011:

$$\text{Nelayan} = 100\% - (8\% + 42\% + 12\% + 28\%)$$

$$= 100\% - 90\% = 10\%$$

Banyak penduduk yang bekerja sebagai nelayan

pada tahun 2011 adalah $\frac{10}{100} \times 10.000 = 1.000$ orang.

Jawaban: C

33. Berdasarkan tabel pada soal diperoleh

$$T_b = 69,5; d_1 = 16 - 10 = 6; d_2 = 16 - 8 = 8; l = 5$$

Sehingga,

$$Mo = T_b + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) l = 69,5 + \left(\frac{6}{6 + 8} \right) 5$$

$$= 69,5 + \frac{30}{14} = 69,5 + 2,14 = 71,64$$

Jawaban: C

34. Jumlah frekuensi, $n = 2 + 3 + 5 + 9 + 10 + 5 + 4 = 38$

Median pada data ke- $\frac{1}{2}(38) = 19$ (batang ke-4)

$$\text{Tepi bawah kelas, } T_b = \frac{9 + 12}{2} = \frac{21}{2} = 10,5$$

Panjang interval, $l = 3$

$$Me = T_b + \left(\frac{\frac{1}{2}n - F_{\text{kum}}}{f_{Me}} \right) l = 10,5 + \left(\frac{19 - 10}{9} \right) 3$$

$$= 10,5 + \frac{27}{9} = 10,5 + 3 = 13,5$$

Jadi, median dari data tersebut adalah 13,5 tahun.

Jawaban: B

35. $n = 4 + 8 + 10 + 12 + 6 = 40$

Kuartil ketiga (Q_3)

$$\text{Letak } Q_3 = \frac{3}{4} \cdot n = \frac{3}{4} \cdot 40 = 30$$

Terletak pada kelas ke-4 (162-167)

$$T_b = \text{tepi bawah kelas} = 162 - 0,5 = 161,5$$

$$F_k = 22$$

$$f_{Q_3} = 12$$

$$l = \text{interval} = 6$$

$$Q_3 = T_b + \left(\frac{\frac{3n}{4} - F_k}{f_{Q_3}} \right) l$$

$$= 161,5 + \left(\frac{30 - 22}{12} \right) 6$$

$$= 161,5 + \frac{8}{12} \cdot 6 = 161,5 + 4 = 165,5$$

Jawaban: C

36. Data: 23, 24, 21, 12, 19, 16, 18.

$$\bar{x} = \frac{23 + 24 + 21 + 12 + 19 + 16 + 18}{7} = 19$$

Simpangan rata-rata:

$$SR = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

$$\sum |x_i - \bar{x}| = |23 - 19| + |24 - 19| + |21 - 19| + |12 - 19| +$$

$$|19 - 19| + |16 - 19| + |18 - 19|$$

$$= 4 + 5 + 2 + 7 + 0 + 3 + 1 = 22$$

$$SR = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{22}{7} = 3\frac{1}{7}$$

Jawaban: C

37. R P S

1	4	3
---	---	---

Untuk menempati angka ratusan ada 1 cara
 Untuk menempati angka puluhan ada 4 cara
 Untuk menempati angka satuan ada 3 cara
 Jadi, banyaknya bilangan yang kurang dari 400
 $1 \times 4 \times 3 = 12$.

Jawaban: B

38. Komposisi waktu bekerja yang dapat dipilih Cici adalah:

a. 5, 5, 8 b. 5, 6, 7 c. 6, 6, 6

Permutasi dari 5, 5, 8 adalah permutasi berulang:
 $\frac{3!}{2!} = 3$

Permutasi dari 5, 6, 7 adalah permutasi 3 unsur:
 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

Permutasi dari 6, 6, 6 adalah permutasi berulang:
 $\frac{3!}{3!} = 1$

Jadi, komposisi waktu bekerja yang mungkin dapat dipilih Cici adalah $3 + 6 + 1 = 10$.

Jawaban: C

39. Tiga keping uang logam dilambungkan bersama-sama, maka:

Ruang sampel $n(S) = 8$.

A = kejadian munculnya mata uang paling banyak 2 gambar
 $= \{(G,G,A), (G,A,G), (A,G,G), (G,A,A), (A,G,A), (A,A,G), (A,A,A)\}, n(A)$
 $= 7$

Frekuensi harapan muncul paling banyak 2 gambar adalah:

$$FH = P(A) \times N = \frac{n(A)}{n(S)} \times N = \frac{7}{8} \times 56 = 49$$

Jawaban: E

40. Dua buah dadu dilempar bersama-sama, maka ruang sampelnya $n(S) = 36$.

Misal:

A = Kejadian munculnya jumlah mata dadu 4.

$A = \{(1, 3), (3, 1), (2, 2)\}, n(A) = 3$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

B = Kejadian munculnya jumlah mata dadu genap.

$B = \{(1, 1), (1, 3), (3, 1), (2, 2), (1, 5), (5, 1), (2, 4), (4, 2), (2, 6), (6, 2), (3, 3), (3, 5), (5, 3), (4, 4), (4, 6), (6, 4), (5, 5), (6, 6)\}, n(B) = 18$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{18}{36}$$

$A \cap B = \{(1, 3), (3, 1), (2, 2)\}, n(A \cap B) = 3$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{3}{36}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{36} + \frac{18}{36} - \frac{3}{36} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

Jawaban: D

PEMBAHASAN DAN KUNCI JAWABAN SOAL PEMAHAMAN PAKET 3

MATEMATIKA
IPS

$$1. \left(\frac{9y^3z^{-7}}{21y^{-2}z^6} \right)^{-1} = \left(\frac{9}{21} y^{3-(-2)} z^{-7-6} \right)^{-1} = \left(\frac{3}{7} y^5 z^{-13} \right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{7}{3} \right) y^{-5} z^{13} = \frac{7z^{13}}{3y^5}$$

Jawaban: B

$$2. \sqrt{45} - \sqrt{125} + \sqrt{180} - \sqrt{20} = 3\sqrt{5} - 5\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$$

$$= (3 - 5 + 6 - 2)\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

Jawaban: C

$$3. \frac{1}{3} \log 6 - \frac{1}{3} \log 30 + \frac{1}{3} \log 20 - \frac{1}{3} \log 36 = \frac{1}{3} \log \left(\frac{6}{30} \times \frac{20}{36} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \log \frac{1}{9} = \frac{1}{3} \log \left(\frac{1}{3} \right)^2$$

$$= 2 \frac{1}{3} \log \frac{1}{3} = 2$$

Jawaban: E

4. Grafik fungsi $f(x) = -2x^2 + cx - 3$ mencapai nilai maksimum untuk $x = \frac{5}{4}$.

Maksimum $x = \frac{-b}{2a}$, sehingga

$$\frac{5}{4} = \frac{-c}{2(-2)} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{c}{4} \Rightarrow c = 5$$

Jadi, grafik fungsi $y = -2x^2 + 5x - 3$.

Perpotongan dengan sumbu-X

$$y = 0 \rightarrow -2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$(2x - 3)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \text{ dan } x = 1$$

Jadi, titik potong sumbu-X adalah $(1, 0)$ dan $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$.

Perpotongan dengan sumbu-Y

$$x = 0 \rightarrow y = -2(0)^2 + 5(0) - 3 = 0 + 0 - 3y = -3$$

Jadi, titik potong sumbu-Y adalah $(0, -3)$.

Jawaban: E

5. $2x^2 - 3x + 5 = 0$ akar-akarnya adalah m dan n .

$$m + n = \frac{-b}{a} = \frac{-(-3)}{2} = \frac{3}{2} \text{ dan } m \cdot n = \frac{c}{a} = \frac{5}{2}$$

$$m^2 + n^2 + 4mn = m^2 + n^2 + 2mn + 2mn = (m + n)^2 + 2mn$$

$$= \left(\frac{3}{2} \right)^2 + 2 \left(\frac{5}{2} \right) = \frac{9}{4} + \frac{10}{2} = \frac{9}{4} + \frac{20}{4} = \frac{29}{4}$$

Jawaban: D

$$6. \text{ Misalkan } y = 2x - 1 \Rightarrow x = \frac{y+1}{2}$$

Substitusikan $x = \frac{y+1}{2}$ ke persamaan kuadrat

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$\left(\frac{y+1}{2} \right)^2 - 4 \left(\frac{y+1}{2} \right) + 6 = 0$$

$$\left(\frac{y^2 + 2y + 1}{4} \right) - (2y + 2) + 6 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 8y - 8 + 24 = 0$$

$$y^2 - 6y + 17 = 0$$

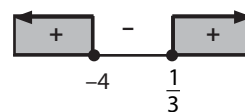
$$x^2 - 6x + 17 = 0$$

Jawaban: A

$$7. 3x^2 + 11x - 4 \geq 0, x \in \mathbb{R}$$

$$(3x - 1)(x + 4) \geq 0$$

$$x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = -4$$



Daerah yang memenuhi adalah daerah yang positif.

$$\text{Jadi, HP} = \left\{ x \mid x \leq -4 \text{ atau } x \geq \frac{1}{3}, x \in \mathbb{R} \right\}.$$

Jawaban: D

8. Diketahui sistem persamaan $7x - 3y = 13$ dan

$$3x + 5y = -7.$$

$$7x - 3y = 13 \quad \times 5 \quad 35x - 15y = 65$$

$$3x + 5y = -7 \quad \times 3 \quad 9x + 15y = -21$$

$$44x = 44 \Rightarrow x = 1$$

Substitusikan $x = 1$ ke persamaan $7x - 3y = 13$

$$7(1) - 3y = 13 \Rightarrow 7 - 3y = 13 \Rightarrow 3y = -6 \Rightarrow y = -2$$

Karena x_0 dan y_0 merupakan penyelesaian sistem persamaan linear, maka $x_0 = 1$ dan $y_0 = -2$.

$$10x_0 - 7y_0 = 10(1) - 7(-2) = 10 + 14 = 24$$

Jawaban: E

9. Misalkan harga sepeda jenis I = x dan harga sepeda jenis II = y , maka model matematika dari soal adalah sebagai berikut.

$$\begin{array}{rcl} 5x + 4y = 25.300.000 & \times 1 & 5x + 4y = 25.300.000 \\ 3x + 2y = 13.900.000 & \times 2 & 6x + 4y = 27.800.000 \\ \hline & & -x = -2.500.000 \\ & & x = 2.500.000 \end{array}$$

Substitusikan $x = 2.500.000$ ke persamaan

$$3x + 2y = 13.900.000$$

$$3(2.500.000) + 2y = 13.900.000$$

$$7.500.000 + 2y = 13.900.000$$

$$2y = 6.400.000 \Rightarrow y = 3.200.000$$

Harga 6 sepeda jenis I dan 2 sepeda jenis II:

$$6x + 2y = 6(2.500.000) + 2(3.200.000)$$

$$= 15.000.000 + 6.400.000 = 21.400.000$$

Jadi, toko C harus membayar 6 sepeda jenis I dan 2 sepeda jenis II sebesar Rp21.400.000,00.

Jawaban: C

10. $f(x) = 5x^2 - 3x + 7$ dan $g(x) = x + 2$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$= f(x + 2) = 5(x + 2)^2 - 3(x + 2) + 7$$

$$= 5x^2 + 20x + 20 - 3x - 6 + 7$$

$$= 5x^2 + 17x + 21$$

Jawaban: C

11. $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$

$$f(x) = \frac{4x-7}{3-x} = \frac{4x-7}{-x+3}, \text{ dengan rumus diperoleh:}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-3x-7}{-x-4} = \frac{3x+7}{x+4}, x \neq -4$$

Jawaban: D

12. Sistem pertidaksamaan:

$$2x + y \leq 4$$

$$2x + 3y \leq 6$$

$$x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0$$

Daerah yang diarsir adalah daerah himpunan penyelesaian:

Menentukan titik potong B

$$2x + y = 4$$

$$2x + 3y = 6$$

$$\begin{array}{r} 2x + y = 4 \\ 2x + 3y = 6 \\ \hline -2y = -2 \Rightarrow y = 1 \end{array}$$

Substitusikan $y = 1$

ke persamaan $2x + y = 4$

$$2x + 1 = 4 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

Sehingga titik $B\left(\frac{3}{2}, 1\right)$

Fungsi objektif $f(x, y) = 4x + 5y$

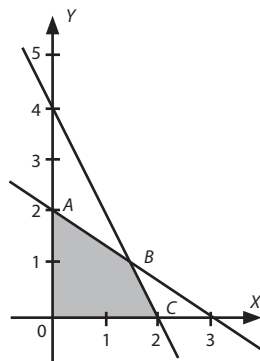
$$A(0, 2) \Rightarrow f(x, y) = 4(0) + 5(2) = 10$$

$$B\left(\frac{3}{2}, 1\right) \Rightarrow f(x, y) = 4\left(\frac{3}{2}\right) + 5(1) = 11 \text{ (maks)}$$

$$C(2, 0) \Rightarrow f(x, y) = 4(2) + 5(0) = 8$$

Jadi, nilai maksimum fungsi $f(x, y) = 4x + 5y$ adalah 11.

Jawaban: D



13. Misalkan produk A25 = x dan produk F28 = y .

	Mesin I (jam)	Mesin II (jam)
Produk A25	9	4
Produk F28	3	6
Kemampuan mesin	27	23

Model matematika:

$$9x + 3y \leq 27 \Rightarrow 3x + y \leq 9$$

$$4x + 6y \leq 23$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

Jawaban: C

14. Misalkan banyak jenis baju I = x dan banyak jenis baju II = y .

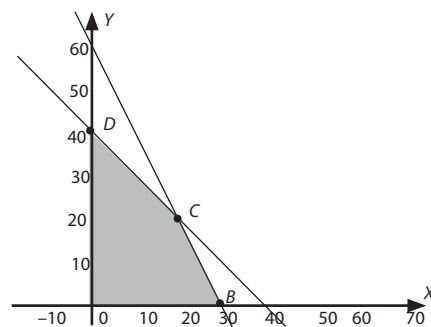
	Kain polos (m)	Kain bergaris (m)
Baju I	4	2
Baju II	2	2
Persediaan	120	80

Model matematika:

$$4x + 2y \leq 120 \Rightarrow 2x + y \leq 60$$

$$2x + 2y \leq 80 \Rightarrow x + y \leq 40$$

$$x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0$$



Menentukan titik potong C

$$3x + 2y = 12$$

$$x + 2y = 8$$

$$\begin{array}{r} 3x + 2y = 12 \\ x + 2y = 8 \\ \hline 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \end{array}$$

Substitusikan $x = 20$ ke persamaan $x + y = 40$

$$20 + y = 40 \Rightarrow y = 20$$

Jadi, titik C(20, 20).

Keuntungan sebesar Rp15.000,00/potong baju jenis I dan Rp20.000,00/potong baju jenis II, artinya fungsi objektifnya adalah $z = 15.000x + 20.000y$

$$B(30, 0) \Rightarrow z = 15.000(30) + 20.000(0) = 450.000$$

$$C(20, 20) \Rightarrow z = 15.000(20) + 20.000(20) = 700.000$$

$$D(0, 40) \Rightarrow z = 15.000(0) + 20.000(40) = 800.000$$

Jadi, besar keuntungan maksimum penjahit tersebut adalah Rp800.000,00.

Jawaban: B

15. Diketahui $P = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, dan $R = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

$$P + Q - 2R = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -4 & -8 \end{pmatrix}$$

$$\det(P + Q - 2R) = \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -4 & -8 \end{vmatrix} = (4)(-8) - (-4)(5)$$

$$= -32 + 20 = -12$$

Jawaban: B

16. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 3 & 15 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}$.

$$AM = B$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} M = \begin{pmatrix} 3 & 15 \\ -3 & 9 \end{pmatrix} = \frac{1}{\begin{vmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}} \begin{pmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 15 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}$$

$$M = \frac{1}{20 - 14} \begin{pmatrix} 36 & 12 \\ -18 & 6 \end{pmatrix} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 36 & 12 \\ -18 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Jawaban: D

17. Diketahui barisan aritmetika.

$$U_1 = a = 7 \text{ dan } U_3 = 15 = a + 2b$$

$$\text{Substitusikan } a = 7 \text{ ke persamaan } a + 2b = 15$$

$$7 + 2b = 15 \Rightarrow 2b = 8 \Rightarrow b = 4$$

$$U_{25} = U_3 + (25 - 3)b = 15 + 22(4) = 15 + 88 = 103$$

Jawaban: E

18. Panjang lintasan bola:

$$S_{\infty} = 2 + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \frac{9}{8} + \frac{9}{8} + \dots = 2 + 2 \left(\frac{3}{2} + \frac{9}{8} + \frac{27}{32} + \dots \right)$$

$$= 2 + 2 \left(\frac{\frac{3}{2}}{1 - \frac{3}{4}} \right) = 2 + 2(6) = 14$$

Jadi, panjang lintasan bola tersebut hingga bola berhenti adalah 14 m.

Jawaban: D

19. Banyaknya produksi suatu perusahaan akan membentuk deret aritmetika dengan $a = 5.000$ unit dan $b = -80$ unit.

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$3.000 = 5.000 + (n - 1)(-80)$$

$$80(n - 1) = 2.000 \Rightarrow n - 1 = 25 \Rightarrow n = 26$$

Jadi, perusahaan tersebut hanya memproduksi 3.000 unit pada tahun ke-26.

Jawaban: C

20. $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$

$$\frac{4}{5} = \cos x \cos y + \frac{3}{10}$$

$$\cos x \cos y = \frac{4}{5} + \frac{3}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

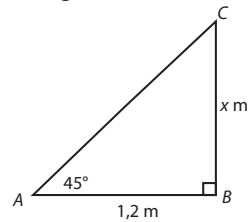
$$\tan x \tan y = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin y}{\cos y}$$

$$= \frac{\sin x \sin y}{\cos x \cos y}$$

$$= \frac{\frac{3}{5}}{\frac{1}{2}} = \frac{6}{5}$$

Jawaban: D

21. Ilustrasi dari permasalahan dapat digambarkan sebagai berikut.



$$\tan 45^\circ = \frac{CB}{AB} \Rightarrow 1 = \frac{x}{1,2} \Rightarrow x = 1,2$$

Jadi, tinggi laki-laki tersebut adalah 1,2 m.

Jawaban: E

22. $\cos 150^\circ + \cos 30^\circ - \cos 45^\circ$

$$= -\frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$= -\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

Jawaban: E

23. Jika diperhatikan, grafik pada soal adalah grafik fungsi kosinus, bentuk umum fungsi kosinus adalah $f(x) = y = A \cos k(x + b)$

$$\text{Amplitudo, } A = \frac{1}{2}(2 - (-2)) = 2$$

$$\text{Periode grafik, } p = \frac{2}{3}\pi$$

$$k = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}\pi} = 3$$

Persamaan fungsinya adalah

$$y = 2 \cos 3(x + b) = 2 \cos 3(x + b)$$

Grafik fungsi melalui titik (0, 2).

$$2 = 2 \cos (0 + b)$$

$$1 = \cos b$$

$$\cos 0 = \cos b$$

$$b = 0$$

Jadi, persamaan fungsinya adalah $y = 2 \cos 3x$.

Jawaban: B

24. $HC = \text{diagonal bidang} = 12\sqrt{2}$ cm
Perhatikan $\triangle KBC$.

$$\begin{aligned} KC &= \sqrt{KB^2 + BC^2} \\ &= \sqrt{6^2 + 12^2} = \sqrt{36 + 144} \\ &= \sqrt{180} = 6\sqrt{5} \text{ cm} \end{aligned}$$

Perhatikan $\triangle HKD$.

$$DK = CK = 6\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} HK &= \sqrt{DK^2 + HD^2} = \sqrt{(6\sqrt{5})^2 + 12^2} \\ &= \sqrt{180 + 144} = \sqrt{324} = 18 \end{aligned}$$

Karena $\triangle KHC$ sembarang, maka

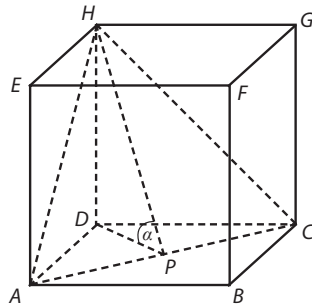
$$\begin{aligned} CK' &= \frac{CK^2 + CH^2 - KH^2}{2CH} = \frac{(6\sqrt{5})^2 + (12\sqrt{2})^2 - 18^2}{2(12\sqrt{2})} \\ &= \frac{180 + 288 - 324}{24\sqrt{2}} = \frac{144}{24\sqrt{2}} = \frac{144}{24\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} KK' &= \sqrt{KC^2 - (CK')^2} \\ &= \sqrt{(6\sqrt{5})^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{162} = 9\sqrt{2} \end{aligned}$$

Jadi, jarak titik K ke garis HC adalah $9\sqrt{2}$ cm.

Jawaban: D

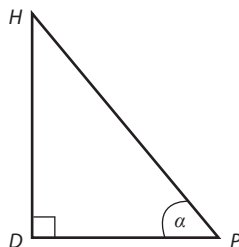
- 25.



Misalkan panjang rusuk kubus = a .

$$DH = a$$

$$DP = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}a\sqrt{2}$$



$$\begin{aligned} PH &= \sqrt{DP^2 + DH^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{2}a\sqrt{2}\right)^2 + a^2} \\ &= \sqrt{\frac{3}{2}a^2} = \frac{1}{2}a\sqrt{6} \end{aligned}$$

Sehingga,

$$\cos \alpha = \frac{DP}{PH} = \frac{\frac{1}{2}a\sqrt{2}}{\frac{1}{2}a\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{12}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

Jawaban: B

$$\begin{aligned} 26. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^3 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x^2 + x + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-4}{x^2 + x + 1} = \frac{1-4}{1^2 + 1 + 1} = \frac{-3}{3} = -1 \end{aligned}$$

Jawaban: A

$$\begin{aligned} 27. f(x) &= x^3 + 3x^2 - 5x + 1 \\ f'(x) &= 3x^2 + 6x - 5 \\ f'(2) &= 3(2)^2 + 6(2) - 5 = 12 + 12 - 5 = 19 \end{aligned}$$

Jawaban: C

$$\begin{aligned} 28. f(x) &= x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 10 \\ f'(x) &= 4x^3 - 12x^2 + 8x \\ \text{Pembuat nol } f'(x) &= 0 \\ 0 &= 4x^3 - 12x^2 + 8x \\ 0 &= x^3 - 3x^2 + 2x \\ 0 &= x(x^2 - 3x + 2) \\ 0 &= x(x-2)(x-1) \\ \text{Pembuat nol } f'(x) &\text{ adalah } x = 0, x = 1, \text{ dan } x = 2 \\ \text{Jadi, batas-batas nilai } x &\text{ yang menyebabkan fungsi } f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 10 \text{ tidak naik adalah } x \leq 0 \text{ atau } 1 \leq x \leq 2. \end{aligned}$$

Jawaban: A

$$29. P(x) = \frac{1}{3}x^2 - 12x + 150 \Rightarrow P'(x) = \frac{2}{3}x - 12$$

Biaya produksi kain batik akan minimum jika $P'(x) = 0$, sehingga:

$$P'(x) = \frac{2}{3}x - 12 = 0 \Rightarrow \frac{2}{3}x = 12 \Rightarrow x = 18$$

Substitusikan $x = 18$ ke persamaan $P(x) = \frac{1}{3}x^2$

$$P(x) = \frac{1}{3}(18)^2 - 12(18) + 150 = 108 - 216 + 150 = 42$$

Jadi, biaya produksi minimum yang dikeluarkan adalah Rp42.000.000,00.

Jawaban: C

$$\begin{aligned} 30. \int (8x^3 + 2x + 3) dx &= \frac{8}{4}x^4 + \frac{2}{2}x^2 + 3x + C \\ &= 2x^4 + x^2 + 3x + C \end{aligned}$$

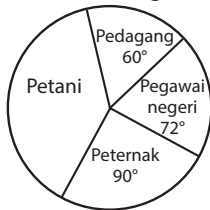
Jawaban: D

$$\begin{aligned} 31. \int_p^3 (x^2 - 4x + 4) dx &= \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{4}{2}x^2 + 4x \right)_p^3 \\ \frac{1}{3} &= \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x \right)_p^3 \\ \frac{1}{3} &= \left(\frac{1}{3}(3)^3 - 2(3)^2 + 4(3) \right) - \left(\frac{1}{3}(p)^3 - 2(p)^2 + 4(p) \right) \\ \frac{1}{3} &= 3 - \frac{p^3}{3} + 2p^2 - 4p \\ 1 &= 9 - p^3 + 6p^2 - 12p \Rightarrow p^3 - 6p^2 + 12p - 9 = 0 \\ (p-2)^3 &= 0 \Rightarrow p = 2 \end{aligned}$$

Jadi, nilai $\frac{p}{2} = \frac{2}{2} = 1$.

Jawaban: D

32. Perhatikan diagram lingkaran berikut.



Berdasarkan diagram di atas diperoleh:

$$\text{Petani} = 360^\circ - (\text{pedagang} + \text{pegawai negeri} + \text{peternak})$$

$$= 360^\circ - (60^\circ + 72^\circ + 90^\circ)$$

$$= 360^\circ - 222^\circ = 138^\circ$$

$$\text{Banyak petani adalah } \frac{138^\circ}{360^\circ} \times 540 = 207$$

Jadi, banyak kepala keluarga dengan pekerjaan petani adalah 207 orang.

Jawaban: E

$$33. \bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

$$\begin{aligned} \sum x_i f_i &= 20,5 \times 5 + 30,5 \times 7 + 40,5 \times 9 + 50,5 \times 16 + \\ &\quad 60,5 \times 11 + 70,5 \times 2 \\ &= 102,5 + 213,5 + 364,5 + 808 + 665,5 + 141 \\ &= 2.295 \end{aligned}$$

$$\sum f_i = 5 + 7 + 9 + 16 + 11 + 2 = 50$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{2.295}{50} = 45,9$$

Jawaban: D

34. Jumlah frekuensi = 3 + 4 + 4 + 10 + 7 + 2 = 30

Median pada data ke- $\frac{1}{2}(30) = 15$ (batang ke-4)

$$\begin{aligned} Me &= T_b + \left(\frac{\frac{1}{2}n - F_k}{f_{Me}} \right) I = 31,5 + \left(\frac{15 - 11}{10} \right) 4 \\ &= 31,5 + \frac{16}{10} = 31,5 + 1,6 = 33,1 \end{aligned}$$

Jadi, median dari data pada histogram adalah 33,1.

Jawaban: C

35. $n = 8 + 12 + 10 + 17 + 5 = 52$

Kuartil bawah (Q_1)

$$\text{Letak } Q_1 = \frac{1}{4} \cdot n = \frac{1}{4} \cdot 52 = 13$$

Terletak pada kelas ke-2 (153-155)

$$T_b = \text{tepi bawah kelas} = 153 - 0,5 = 152,5$$

$$F_k = 8$$

$$f_{Q_1} = 12$$

$$I = \text{interval} = 3$$

$$\begin{aligned} Q_1 &= T_b + \left(\frac{\frac{1}{4}n - F_k}{f_{Q_1}} \right) I \\ &= 152,5 + \left(\frac{13 - 8}{12} \right) 3 \\ &= 152,5 + \frac{5}{12} \cdot 3 \\ &= 152,5 + 1,25 = 153,75 \end{aligned}$$

Jadi, kuartil bawah dari data tersebut adalah 153,75.

Jawaban: A

36. Diketahui data 7, 6, 8, 8, 9, 5, 9, 6, 5

$$\bar{x} = \frac{7+6+8+8+9+5+9+6+5}{9} = \frac{63}{9} = 7$$

$$\begin{aligned} \sum (x_i - \bar{x})^2 &= (7-7)^2 + 2(6-7)^2 + 2(8-7)^2 \\ &\quad + 2(9-7)^2 + 2(5-7)^2 \\ &= (0)^2 + 2(-1)^2 + 2(1)^2 + 2(2)^2 + 2(-2)^2 \\ &= 0 + 2 + 2 + 8 + 8 = 20 \end{aligned}$$

$$\text{Sehingga, Var} = S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{20}{9} = 2\frac{2}{9}$$

Jawaban: B

37. Dari 8 orang guru, akan dibentuk panitia karya wisata sekolah yang terdiri atas ketua, wakil ketua, bendahara, dan sekretaris. Banyak pemilihan panitia:

$$\begin{aligned} {}_8P_4 &= \frac{8!}{(8-4)!} = \frac{8!}{4!} \\ &= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!} = 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1.680 \end{aligned}$$

Jadi, banyak cara berbeda kepala sekolah tersebut memilih guru sebagai panitia adalah 1.680.

Jawaban: D

38. Komposisi buah yang dapat dipilih Qodri:

a. 4, 4, 7 b. 4, 5, 6 c. 5, 5, 5

Permutasi dari 4, 4, 7 adalah permutasi berulang:

$$\frac{3!}{2!} = 3$$

Permutasi dari 4, 5, 6 adalah permutasi 3 unsur:

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

Permutasi dari 3, 3, 3 adalah permutasi berulang:

$$\frac{3!}{3!} = 1$$

Jadi, komposisi banyak buah yang mungkin dapat dibeli Qodri adalah 3 + 6 + 1 = 10.

Jawaban: B

39. $n = 600$

S = ruang sampel dua buah dadu dilempar, $n(S) = 36$

A = kejadian munculnya mata dadu berjumlah kelipatan tiga

$= \{(1, 2), (1, 5), (2, 1), (2, 4), (3, 3), (3, 6), (4, 2), (4, 5), (5, 1), (5, 4), (6, 3), (6, 6)\}$, $n(A) = 12$

$$FH = P(A) \times n = \frac{n(A)}{n(S)} \times n = \frac{12}{36} \times 600 = 200$$

Jadi, frekuensi harapan munculnya mata dadu berjumlah kelipatan tiga adalah 200.

Jawaban: D

40. S = ruang sampel dua buah dadu dilempar, $n(S) = 36$

A = kejadian munculnya jumlah mata dadu 7

$= \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$, $n(A) = 6$

B = kejadian munculnya jumlah mata dadu 10

$= \{(4, 6), (5, 5), (6, 4)\}$, $n(B) = 3$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36} + \frac{3}{36} = \frac{9}{36}$$

Jadi, peluang munculnya jumlah kedua mata dadu 7

atau 10 adalah $\frac{9}{36}$.

Jawaban: B

PEMBAHASAN DAN KUNCI JAWABAN SOAL PEMAHAMAN PAKET 4

**MATEMATIKA
IPS**

$$\begin{aligned} 1. \quad & (15^4 a^8 b^4)^2 : (45^{-2} a^{-2} b^{-5})^{-3} \\ &= (15^8 a^{16} b^8) : (45^6 a^6 b^{15}) \\ &= (15^8 a^{16} b^8) : (3^6 15^6 a^6 b^{15}) \\ &= \frac{15^2 a^{10} b^{-7}}{3^6} = \frac{3^2 5^2 a^{10} b^{-7}}{3^6} \\ &= \frac{5^2 a^{10}}{3^4 b^7} = \frac{25a^{10}}{81b^7} \end{aligned}$$

Jawaban: C

$$\begin{aligned} 2. \quad & \frac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{18}+\sqrt{12}+2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{\sqrt{9}-\sqrt{4}} \\ &= \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}+2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{3-2} = 5\sqrt{2}+4\sqrt{3} \end{aligned}$$

Jawaban: D

$$\begin{aligned} 3. \quad & ({}^5\log 36 - {}^5\log 12) \times {}^3\log 125 \\ &= {}^5\log \frac{36}{12} \times {}^3\log 5^3 \\ &= {}^5\log 3 \times 3 \times {}^3\log 5 = 3 \times {}^3\log 3 \times {}^3\log 5 \\ &= 3 \times 1 \times 3 = 9 \end{aligned}$$

Jawaban: B

$$\begin{aligned} 4. \quad & f(x) = -2x^2 + px - 1 \\ x_{\text{maks}} &= \frac{-p}{2(-2)} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4p = 3 \times 4 \Rightarrow p = 3 \\ \text{Sehingga } f(x) &= -2x^2 + 3x - 1 \text{ memotong sumbu-}x, \\ \text{maka } y &= 0 \\ -2x^2 + 3x - 1 &= 0 \\ (-2x+1)(x-1) &= 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ dan } x = 1 \\ \text{Jadi, } f(x) &= -2x^2 + 3x - 1 \text{ memotong sumbu-}x \text{ di titik} \\ &(\frac{1}{2}, 0) \text{ dan } (1, 0). \end{aligned}$$

Jawaban: C

$$\begin{aligned} 5. \quad & 3x^2 - x + 9 = 0 \text{ akar-akarnya adalah } x_1 \text{ dan } x_2. \\ x_1 + x_2 &= -\frac{b}{a} = -\frac{-1}{3} = \frac{1}{3} \text{ dan } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{9}{3} = 3 \\ x_1^3 + x_2^3 &= (x_1 + x_2)^3 - 3(x_1 x_2)(x_1 + x_2) \\ &= \left(\frac{1}{3}\right)^3 - 3(3)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{27} - 3 = -\frac{80}{27} \end{aligned}$$

Jawaban: E

$$\begin{aligned} 6. \quad & 2x^2 + 3x + 4 = 0 \\ & \text{memiliki akar-akar } x_1 \text{ dan } x_2. \\ x_1 + x_2 &= -\frac{b}{a} = -\frac{3}{2} \text{ dan } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{4}{2} = 2 \end{aligned}$$

Misal: $\alpha = (2x_1 + 1)$, $\beta = (2x_2 + 1)$.

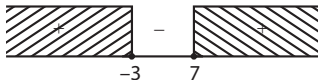
$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= (2x_1 + 1) + (2x_2 + 1) = 2x_1 + 2x_2 + 2 \\ &= 2(x_1 + x_2) + 2 = 2\left(-\frac{3}{2}\right) + 2 = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha \cdot \beta &= (2x_1 + 1)(2x_2 + 1) = 4x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 1 \\ &= 4(2) + 2\left(-\frac{3}{2}\right) + 1 = 8 - 3 + 1 = 6 \end{aligned}$$

Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $(2x_1 + 1)$ dan $(2x_2 + 1)$ adalah

$$\begin{aligned} x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \cdot \beta &= 0 \\ x^2 - (-1)x + 6 &= 0 \Rightarrow x^2 + x + 6 = 0 \end{aligned}$$

Jawaban: E

$$\begin{aligned} 7. \quad & x^2 - 4x - 21 \geq 0 \\ (x-7)(x+3) &\geq 0 \end{aligned}$$


$$\text{HP} = \{x \mid x \leq -3 \text{ atau } x \geq 7\}$$

Jawaban: D

$$\begin{aligned} 8. \quad & \begin{array}{r|l} 3x - 4y = 10 & \times 1 \\ 5x + 2y = 8 & \times 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3x - 4y = 10 \\ 10x + 4y = 16 \\ \hline 13x = 26 \Rightarrow x = 2 \end{array} \end{aligned}$$

$$3x - 4y = 10 \Rightarrow 6 - 4y = 10 \Rightarrow -4y = 4 \Rightarrow y = -1$$

Karena x_1 dan y_1 merupakan penyelesaian sistem persamaan linear tersebut, maka $x_1 = 2$ dan $y_1 = -1$

$$\text{Sehingga: } 50x_1 + 40y_1 = 50(2) + 40(-1) = 100 - 40 = 60$$

Jawaban: B

$$\begin{aligned} 9. \quad & \text{Misalkan kursi} = x \text{ dan meja} = y \\ & \text{model matematikanya} \\ \begin{array}{r|l} 3x + 2y = 360.000 & \times 3 \\ 5x + 3y = 570.000 & \times 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9x + 6y = 1.080.000 \\ 10x + 6y = 1.140.000 \\ \hline -x = -60.000 \Rightarrow x = 60.000 \end{array} \end{aligned}$$

Substitusikan $x = 60.000$ ke $3x + 2y = 360.000$

$$\begin{aligned} 180.000 + 2y &= 360.000 \Rightarrow 2y = 180.000 \\ &\Rightarrow y = 90.000 \end{aligned}$$

Jadi, harga 2 kursi dan 2 meja adalah

$$120.000 + 180.000 = 300.000$$

Jawaban: D

10. $f(x) = -2x + 3$ dan $g(x) = x^2 - 4x + 5$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(-2x + 3) \\ &= (-2x + 3)^2 - 4(-2x + 3) + 5 \\ &= 4x^2 - 12x + 9 + 8x - 12 + 5 = 4x^2 - 4x + 2\end{aligned}$$

Jawaban: A

11. $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$
 $f(x) = \frac{5-2x}{3x-2} = \frac{-2x+5}{3x-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+5}{3x+2}, x \neq -\frac{2}{3}$
 $f^{-1}(-4) = \frac{-8+5}{-12+2} = \frac{-3}{-10} = \frac{3}{10}$

Jawaban: D

12. $-2x + 2y \geq -4 \Rightarrow x - 2y \geq -2$

$$\begin{array}{r} -2x + 2y = -4 \\ x - 2y = -2 \\ \hline -x = -6 \Rightarrow x = 6 \end{array}$$

Substitusikan $x = 6$ ke salah satu persamaan

$$x - 2y = -2 \Rightarrow 6 - 2y = -2 \Rightarrow -2y = -8 \Rightarrow y = 4$$

Titik potong kedua garis adalah (6, 4)

Uji titik pojok

	$f(x, y) = x - y$
(2, 0)	$2 - 0 = 2$ (maks)
(2, 2)	$2 - 2 = 0$
(6, 4)	$6 - 4 = 2$ (maks)

Jadi, nilai minimum $f(x, y)$ adalah $f(2, 2)$.

Jawaban: -

13. Misalkan: banyaknya roti A = x
 banyaknya roti B = y

	Gula pasir	Terigu
Roti A	4	6
Roti B	8	9
Persediaan	16.000	21.000

Model matematika:

$$4x + 8y \leq 16.000 \Rightarrow x + 2y \leq 4.000$$

$$6x + 9y \leq 21.000 \Rightarrow 2x + 3y \leq 7.000$$

$$x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0$$

Jawaban: B

14. Misalkan banyak sepatu jenis I = x dan banyak sepatu jenis II = y .

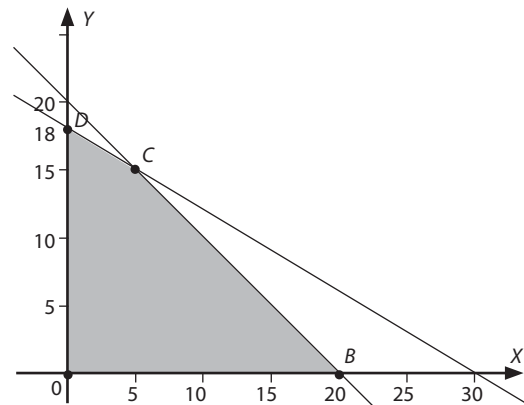
	Kulit sepatu (cm ²)	Kulit kerbau (cm ²)
Sepatu jenis I	150	500
Sepatu jenis II	250	500
Persediaan	4.500	10.000

Model matematika:

$$150x + 250y \leq 4.500 \Rightarrow 3x + 5y \leq 90$$

$$500x + 500y \leq 10.000 \Rightarrow x + y \leq 20$$

$$x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0$$



Menentukan titik C

$$3x + 5y = 90 \quad \times 1 \quad | \quad 3x + 5y = 90$$

$$x + y = 20 \quad \times 3 \quad | \quad 3x + 3y = 60$$

$$2y = 30 \Rightarrow y = 15$$

Substitusikan $y = 15$ ke persamaan $x + y = 20$

$$x + 15 = 20 \Rightarrow x = 5$$

Jadi, titik C(5, 15).

Fungsi objektif $f = 12.500x + 11.500y$

$$B(20, 0) \Rightarrow f = 12.500(20) + 11.500(0) = 250.000$$

$$C(5, 15) \Rightarrow f = 12.500(5) + 11.500(15) = 235.000$$

$$D(0, 18) \Rightarrow f = 12.500(0) + 11.500(18) = 207.000$$

Jadi, keuntungan maksimum tukang sepatu adalah Rp250.000,00.

Jawaban: C

15. Diketahui: $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} x & -1 \\ y & 1 \end{pmatrix}$, dan

$$C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -15 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A^T B = C$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & -1 \\ y & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -15 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3x+2y & -1 \\ 5y & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -15 & 5 \end{pmatrix}$$

Diperoleh:

$$5y = -15 \Leftrightarrow y = -3$$

$$3x + 2y = 0 \Rightarrow 3x - 6 = 0 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

$$\text{Nilai dari } 2x - y = 4 - (-3) = 4 + 3 = 7$$

Jawaban: A

16. $A = \begin{pmatrix} -6 & -5 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = (4)(1) - (2)(3) = 4 - 6 = -2$$

Jawaban: C

17. Diketahui deret aritmetika dengan:

$$U_4 = a + 3b = 43 \quad \dots(1)$$

$$U_5 + U_7 = 106$$

$$a + 4b + a + 6b = 106$$

$$2a + 10b = 106 \Rightarrow a + 5b = 53 \quad \dots(2)$$

Dari persamaan (1) dan (2) diperoleh:

$$a + 3b = 43$$

$$a + 5b = 53$$

$$-2b = -10 \Rightarrow b = 5$$

$$a + 3b = 43 \Rightarrow a + 15 = 43 \Rightarrow a = 28$$

Sehingga,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)b\}$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} \{2(28) + (10-1)(5)\} = 5(56 + 45) = 5(101) = 505$$

Jawaban: A

18. $2 + 1 + \frac{1}{2} + \dots$

Diperoleh $a = 2$ dan $r = \frac{1}{2}$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{2}{1-\frac{1}{2}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4 = \frac{8}{2}$$

Jawaban: B

19. Banyaknya baris kursi pada gedung pertunjukan membentuk deret aritmetika dengan $b = 5$. Sehingga deret aritmetika akan berbentuk dengan suku awal a :

$$a + (a + 5) + (a + 10) + (a + 15) + \dots$$

$$U_4 = a + 3b = a + 3(5) = a + 15$$

$$U_{10} = a + 9b = a + 9(5) = a + 45$$

$$\frac{U_{10}}{U_4} = \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{a+45}{a+15} = \frac{8}{3}$$

$$3a + 135 = 8a + 120 \Rightarrow 5a = 15 \Rightarrow a = 3$$

Jadi, suku awal $a = 3$.

$$U_n = 68$$

$$U_n = a + (n-1)b \Rightarrow 68 = 3 + (n-1)5$$

$$68 = -2 + 5n \Rightarrow 5n = 70 \Rightarrow n = 14$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a + U_n)$$

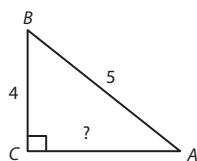
$$S_{14} = \frac{14}{2} (3 + U_{14}) = 7(3 + 68) = 7(71) = 497$$

Jadi, banyak kursi yang dimiliki gedung tersebut adalah 497 kursi.

Jawaban: D

20. A sudut tumpul $\Rightarrow A$ di kuadran II (nilai sinus (+))

$$\sin A = \frac{\text{de}}{\text{mi}} = \frac{4}{5}$$



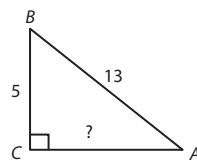
$$CA = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$$

$$\cos A = \frac{\text{sa}}{\text{mi}} = \frac{3}{5}. \text{ Karena } A \text{ di kuadran II, maka}$$

$$\cos A = -\frac{3}{5}.$$

B sudut lancip $\Rightarrow B$ di kuadran I (semua (+))

$$\cos B = \frac{\text{sa}}{\text{mi}} = \frac{5}{13}$$



$$CA = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$$

$$\sin B = \frac{\text{de}}{\text{mi}} = \frac{12}{13}. \text{ Karena } B \text{ di kuadran I, maka nilai}$$

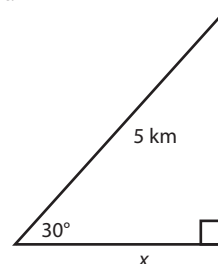
$\sin B$ tetap positif.

$$\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

$$= \left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{5}{13}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{12}{13}\right) = -\frac{15}{65} + \frac{48}{65} = \frac{33}{65}$$

Jawaban: C

21. Ilustrasi dari permasalahan dapat digambarkan sebagai berikut.



$$\cos 30^\circ = \frac{x}{5} \Rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{3} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = \frac{5}{2} \sqrt{3}$$

Jadi, jarak mobil melaju jika pada bidang datar adalah $\frac{5}{2} \sqrt{3}$ km.

Jawaban: B

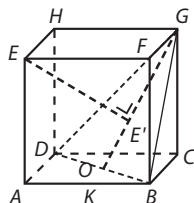
$$\begin{aligned} 22. \frac{\sin 150^\circ - \cos 330^\circ}{\tan 225^\circ - \sin 300^\circ} &= \frac{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}} \\ &= \frac{1 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \cdot \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} \\ &= \frac{2 + 3 - 3\sqrt{3}}{4 - 3} \\ &= 5 - 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

Jawaban: -

23. Diketahui $f(x) = -2 - \cos 3x$, nilai terbesar dari $\cos 3x = 1$ dan nilai terkecil $\cos 3x = -1$. Sehingga,

Jawaban: E

24. Kubus $ABCD.EFGH$ dengan panjang rusuk 8 cm.



$$EG = \text{diagonal sisi} = 8\sqrt{2} \text{ cm}$$

Perhatikan $\triangle GOC$, $OC = \frac{1}{2} \times \text{diagonal sisi}$
 $= \frac{1}{2}(8\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} GO &= \sqrt{GC^2 + OC^2} \\ &= \sqrt{8^2 + (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{64 + 32} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6} \end{aligned}$$

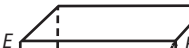
$$GE' = \frac{2}{3} \times GO \text{ (} E' = \text{titik berat } \triangle BGD \text{)}$$

$$= \frac{2}{3} \times 4\sqrt{6} = \frac{8}{3}\sqrt{6}$$

Perhatikan $\triangle EGE'$, $EG = \text{diagonal sisi} = 8\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} EE' &= \sqrt{EG^2 - (GE')^2} \\ &= \sqrt{\left(8\sqrt{2}\right)^2 - \left(\frac{8}{3}\sqrt{6}\right)^2} \\ &= \sqrt{128 - \frac{128}{3}} = \sqrt{\frac{256}{3}} = \frac{16}{3}\sqrt{3} \end{aligned}$$

Jawaban: E

25. 
- Misalkan panjang rusuk kubus = a .
 AC = diagonal sisi
 $= a\sqrt{2} = CF = AF$
 $BF' = \frac{1}{2}BD = \frac{a}{2}\sqrt{2}$

$$FF' = \sqrt{BF^2 + BF'^2} = \sqrt{a^2 + \frac{1}{2}a^2} = \sqrt{\frac{a^2 6}{4}} = \frac{a}{2}\sqrt{6}$$

$$\sin \alpha = \frac{FB}{FF'} = \frac{a}{\frac{a}{2}\sqrt{6}} = \frac{2}{6}\sqrt{6} = \frac{1}{3}\sqrt{6}$$

Jawaban: D

$$26. \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 4x - 32}{3x - 12} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+8)\cancel{(x-4)}}{3\cancel{(x-4)}} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+8)}{3} \\ = \frac{4+8}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

Jawaban: B

$$\begin{aligned} 27. \quad f(x) &= (x-1)^2(x+1) \\ f'(x) &= 2(x-1)(x+1) + (x-1)^2 \\ &= 2(x^2-1) + (x^2-2x+1) \\ &= 2x^2-2+x^2-2x+1 = 3x^2-2x-1 \end{aligned}$$

Jawaban: C

28. $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + 5$

$$y' = x^2 - 6x + 8$$

Pembuat nol $y' = 0$

$$0 = x^2 - 6x + 8$$

$$0 = (x - 2)(x - 4)$$

Pembuat nol dari y' adalah $x = 2$ dan $x = 4$

Jadi, fungsi $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + 5$ akan naik pada interval $x < 2$ atau $x > 4$.

Jawaban: C

29. Misal: biaya proyek selama x hari adalah $v(x)$

$$v(x) = x \left(\frac{6.000}{x} + 12x - 360 \right)$$

$$v(x) = 6.000 + 12x^2 - 360x \Rightarrow v'(x) = 24x - 360$$

Agar biaya projek minimum, maka haruslah $v'(x) = 0$.
Sehingga,

$$v'(x) = 0$$

$$24x - 360 = 0 \Rightarrow 24x = 360 \Rightarrow x = 15$$

∴ Projek tersebut harus diselesaikan dalam waktu 15 hari.

Jawaban: A

30. $\int x\sqrt{9-x^2} \, dx$

Misalkan $u = 9 - x^2 \Rightarrow \frac{du}{dx} = -2x \Rightarrow -\frac{du}{2} = x dx$

Sehingga,

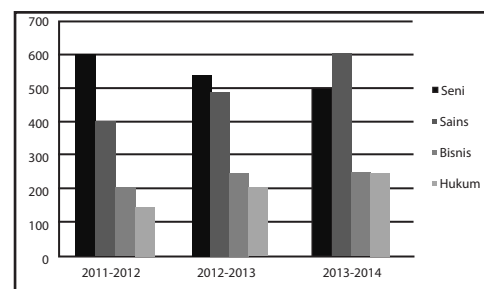
$$\begin{aligned}\int x\sqrt{9-x^2} \, dx &= \int u\left(-\frac{du}{2}\right) = -\frac{1}{2}\int u^{\frac{1}{2}}du = -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\frac{3}{2}}\cdot u^{\frac{3}{2}} + C \\ &= -\frac{1}{3}u\cdot\sqrt{u} + C = -\frac{1}{3}(9-x^2)\cdot\sqrt{9-x^2} + C\end{aligned}$$

Jawaban: A

$$\begin{aligned} 31. \quad \int_{-2}^2 (3x^2 - 6x + 8) dx &= x^3 - 3x^2 + 8x \Big|_{-2}^2 \\ &= (2^3 - 3(2^2) + 8(2)) - ((-2)^3 - 3(-2)^2 + 8(-2)) \\ &= (8 - 12 + 16) - (-8 - 12 - 16) = (12 + 36) = 48 \end{aligned}$$

Jawaban: A

32. Perhatikan diagram berikut.



Jumlah mahasiswa sains periode 2013-2014 adalah 600 orang dan periode 2011-2012 adalah 400 orang. Kenaikan jumlah mahasiswa = $600 - 400 = 200$. Jadi, persentase peningkatan jumlah mahasiswa sains periode 2013-2014 terhadap periode 2011-2012 adalah $\frac{200}{400} \times 100\% = 50\%$.

Jawaban: A

33. Perhatikan tabel berikut.

Berat badan	f	Nilai tengah $\times f$
50-54	3	156
55-59	12	684
60-64	23	1.426
65-69	8	536
70-74	4	288
Jumlah	50	3.090

$$\text{Rata-rata} = \frac{\text{jumlah (nilai tengah} \times f)}{\text{banyak data}(f)} = \frac{3.090}{50} = 61,8$$

Jawaban: A

- 34.

Data	Frekuensi
30-35	5
36-41	25
42-47	30
48-53	15
54-59	25
	$\Sigma = 100$

Pada data tersebut, letak median berada pada kelas 42-47.

$$\begin{aligned} Me &= T_b + \left(\frac{\frac{1}{2}n - F_k}{f_{me}} \right) I = 41,5 + \left(\frac{50 - 30}{30} \right) \cdot 6 \\ &= 41,5 + \frac{20}{5} = 41,5 + 4 = 45,5 \end{aligned}$$

Jadi, median pada data tersebut adalah 45,5.

Jawaban: E

35. $n = 1 + 3 + 11 + 21 + 43 + 32 + 9 = 120$

Kuartil bawah (Q_1)

$$\text{Letak } Q_1 = \frac{1}{4} \cdot n = \frac{1}{4} \cdot 120 = 30$$

Terletak pada kelas ke-4 (60-69)

$$T_b = \text{tepi bawah kelas} = 60 - 0,5 = 59,5$$

$$F_k = 15$$

$$f_{Q_1} = 21$$

$$I = \text{interval} = 10$$

$$\begin{aligned} Q_1 &= T_b + \left(\frac{\frac{n}{4} - F_k}{f_{Q_1}} \right) I = 59,5 + \left(\frac{30 - 15}{21} \right) 10 \\ &= 59,5 + \frac{15}{21} \cdot 10 = 59,5 + 7,1 = 66,6 \end{aligned}$$

Jawaban: B

$$36. \bar{x} = \frac{4+5+6+6+5+4}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

$$\Sigma(x_i - \bar{x})^2 = 1+0+1+1+0+1 = 4$$

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{4}{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{2}{6} \sqrt{6} = \frac{1}{3} \sqrt{6}$$

Jawaban: B

37. Dari 12 orang guru, dibentuk panitia yang terdiri atas ketua, wakil ketua, sekretaris, dan bendahara. Banyak susunan panitia:

$$\begin{aligned} {}_{12}P_4 &= \frac{12!}{(12-4)!} = \frac{12!}{8!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{8!} \\ &= 12 \times 11 \times 10 \times 9 = 11.880 \end{aligned}$$

Jadi, banyak susunan panitia yang dapat dibentuk adalah 11.880.

Jawaban: B

38. B dan D satu grup

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} \rightarrow 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

Karena B dan D bisa berpindah di antara mereka, maka:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 2 \times 1 = 2$$

$\therefore$ Banyak cara berfoto jika B dan D harus selalu berdampingan adalah $24 \times 2 = 48$ cara.

Jawaban: B

39. A = Kejadian muncul bukan angka = {G}, $n(A) = 1$
S = Ruang sampel satu keping uang = {A, G}, $n(S) = 2$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{2}$$

$$B = \text{Kejadian muncul mata dadu faktor } 12 = \{1, 2, 3, 4, 6\}, n(B) = 5$$

$$S = \text{Ruang sampel satu buah dadu} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, n(S) = 6$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{6}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{12}$$

Jadi, frekuensi harapan muncul bukan angka dan bilangan faktor 12 adalah

$$FH = P(A \cap B) \times N = \frac{5}{12} \times 24 = 10$$

Jawaban: B

40. A = {jumlah mata dadu lebih dari 8}
= {(3, 6), (6, 3), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (6, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)}, $n(A) = 10$

$$S = \{\text{ruang sampel dua mata dadu}\}, n(S) = 36$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{36}$$

Jawaban: C

PEMBAHASAN DAN KUNCI JAWABAN SOAL PEMAHAMAN PAKET 5

MATEMATIKA IPS

$$1. \quad \frac{3^{(12+n)} \times 9^{(2n-7)}}{3^{5n}} = \frac{3^{(12+n)} \times 3^{4n-14}}{3^{5n}} \\ = 3^{12+n+4n-14-5n} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

Jawaban: B

$$2. \quad \sqrt{700} - 2\sqrt{63} + \sqrt{175} - 3\sqrt{7} = 10\sqrt{7} - 6\sqrt{7} + 5\sqrt{7} - 3\sqrt{7} \\ = (10 - 6 + 5 - 3)\sqrt{7} = 6\sqrt{7}$$

Jawaban: E

$$3. \quad {}^3\log 16 - {}^3\log 4 - ({}^3\log 18 + {}^3\log 6) \\ = {}^3\log \frac{16}{4} - ({}^3\log 18 \times 6) \\ = {}^3\log 4 - {}^3\log 108 = {}^3\log \frac{4}{108} \\ = {}^3\log \frac{1}{27} = {}^3\log 3^{-3} = -3 {}^3\log 3 = -3 \times 1 = -3$$

Jawaban: E

4. Persamaan grafik fungsi kuadrat yang mempunyai titik potong di (1, 0) dan (5, 0) adalah
 $y = a(x - x_1)(x - x_2) \Rightarrow y = a(x - 1)(x - 5) \dots (1)$
 Karena melalui titik (3, 8), maka persamaan (1) menjadi
 $8 = a(3 - 1)(3 - 5)$
 $8 = a(2)(-2) \Rightarrow 8 = -4a \Rightarrow a = -2$
 Sehingga diperoleh
 $y = (-2)(x - 1)(x - 5)$
 $y = (-2)(x^2 - 6x + 5) = -2x^2 + 12x - 10$

Jawaban: C

5. $2x^2 - 3x + 9 = 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 .

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-(-3)}{2} = \frac{3}{2} \text{ dan } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{9}{2}$$

Sehingga,

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{9}{2}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Jawaban: C

6. $2x^2 - 3x + 1 = 0$

$$p + q = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2} \text{ dan } p \cdot q = \frac{1}{2}$$

$$\text{misalkan } x_1 = \frac{p}{q} \text{ dan } x_2 = \frac{q}{p}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{p}{q} + \frac{q}{p} = \frac{p^2 + q^2}{p \cdot q} = \frac{(p+q)^2 - 2(p \cdot q)}{p \cdot q} \\ = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{9}{4} - 1}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{p}{q} \cdot \frac{q}{p} = 1$$

Jadi, persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya x_1 dan x_2 adalah

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{5}{2}\right)x + 1 = 0 \text{ (kali 2)}$$

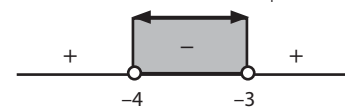
$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

Jawaban: D

7. $x^2 + x - 12 < 0$

$$(x + 4)(x - 3) < 0$$

Pembuat nolnya adalah $x_1 = -4$ dan $x_2 = 3$



Daerah yang memenuhi adalah daerah yang negatif.

Jadi, HP = $\{x \mid -4 < x < 3, x \in \mathbb{R}\}$.

Jawaban: B

8.
$$\begin{array}{rcl} 3x - 4y = -19 & \times 1 & 3x - 4y = -19 \\ x + 8y = -4 & \times 3 & 3x + 24y = -12 \\ \hline & & -28y = -7 \Rightarrow y = \frac{1}{4} \end{array}$$

$$x + 8y = -4 \Rightarrow x + 8\left(\frac{1}{4}\right) = -4 \Rightarrow x + 2 = -4 \Rightarrow x = -6$$

Karena x_1 dan y_1 penyelesaian sistem persamaan

linear, maka $x_1 = -6$ dan $y_1 = \frac{1}{4}$.

$$\text{Nilai dari: } x_1 + 4y_1 = -6 + 4\left(\frac{1}{4}\right) = -6 + 1 = -5$$

Jawaban: B

9. Misal: pada tahun 2015 usia Budi = x

Pada tahun 2015 usia Andi = y

Sehingga, pada tahun 2013

$$(x - 2) - (y - 2) = 5 \Rightarrow x - y = 5 \quad \dots (1)$$

Pada tahun 2008

$$(x - 7) + (y - 7) = 35$$

$$x + y - 14 = 35 \Rightarrow x + y = 49 \quad \dots (2)$$

Dari persamaan (1) dan (2):

$$\begin{array}{r|l} x - y = 5 & x + y = 49 \\ x + y = 49 & 27 + y = 49 \Rightarrow y = 22 \\ \hline 2x = 54 \Rightarrow x = 27 & \end{array}$$

Jadi, usia Budi 27 tahun dan usia Andi 22 tahun.

Jawaban: E

10. $g(f(x)) = 4x^2 + 16x + 16$

$$g(2x + 3) = 4x^2 + 16x + 16$$

$$g(x) = 4\left(\frac{x-3}{2}\right)^2 + 16\left(\frac{x-3}{2}\right) + 16$$

$$g(x) = 4\left(\frac{x^2 - 6x + 9}{4}\right) + 16\left(\frac{x-3}{2}\right) + 16$$

$$g(x) = x^2 - 6x + 9 + 8x - 24 + 16 = x^2 + 2x + 1$$

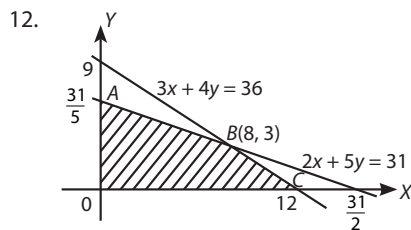
Jawaban: D

11. $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$

$$f(x) = \frac{x-3}{2x+5}, \text{ dengan rumus diperoleh:}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-5x-3}{2x-1} = \frac{5x+3}{1-2x}, x \neq \frac{1}{2}$$

Jawaban: A



Daerah yang diarsir adalah daerah himpunan penyelesaian.

Titik B

$$2x + 5y = 31 \quad \times 3 \quad \begin{array}{l} 6x + 15y = 83 \\ 3x + 4y = 36 \quad \times 2 \quad \begin{array}{l} 6x + 8y = 72 \\ \hline 7y = 21 \Rightarrow y = 3 \end{array} \end{array}$$

$$2x + 5y = 31 \Rightarrow 2x + 15 = 31 \Rightarrow 2x = 16 \Rightarrow x = 8$$

$\therefore$ Titik B(8, 3)

Fungsi objektif: $f(x, y) = 6x + 5y$

$$A\left(0, \frac{31}{5}\right) \Rightarrow f = 0 + 5\left(\frac{31}{5}\right) = 31$$

$$B(8, 3) \Rightarrow f = 48 + 15 = 63$$

$$C(12, 0) \Rightarrow f = 72 + 0 = 72 \text{ (maks)}$$

$\therefore$ Nilai maksimum adalah 72.

Jawaban: C

13. Dengan tabel

	Terigu	Mentega
Roti P (x)	20	10
Roti Q (y)	10	10
Jumlah	8.000	5.000

Model matematikanya

$$20x + 10y \leq 8.000 \Rightarrow 2x + y \leq 800$$

$$10x + 10y \leq 5.000 \Rightarrow x + y \leq 500$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

Jawaban: A

14. Misalkan: barang jenis I = x dan barang jenis II = y

	Unsur A	Unsur B
Barang Jenis I	1	2
Barang Jenis II	3	2
Persediaan	18	24

Model matematika:

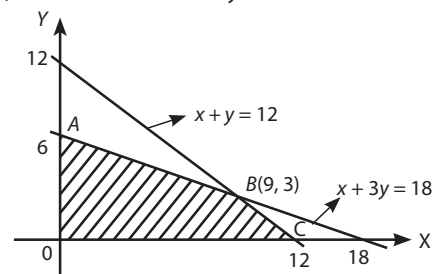
$$x + 3y \leq 18$$

$$2x + 2y \leq 24 \text{ atau } x + y \leq 12$$

$$x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0$$

Fungsi objektif/fungsi tujuan:

$$f(x, y) = 250.000x + 300.000y$$



Daerah yang diarsir adalah daerah himpunan penyelesaian.

Titik B

$$x + 3y = 18$$

$$x + y = 12 \quad -$$

$$2y = 6 \Rightarrow y = 3$$

$$x + y = 12 \Rightarrow x + 3 = 12 \Rightarrow x = 9$$

$\therefore$ Titik B(9, 3)

Fungsi objektif: $f(x, y) = 250.000x + 300.000y$

$$A(0, 6) \Rightarrow f = 0 + 1.800.000 = 1.800.000$$

$$B(9, 3) \Rightarrow f = 2.250.000 + 900.000 = 3.150.000$$

$$C(12, 0) \Rightarrow f = 3.000.000 + 0 = 3.000.000$$

$\therefore$ Penjualan mencapai maksimum yaitu

Rp3.150.000,00, jika banyak barang yang harus dibuat adalah 9 barang jenis I dan 3 barang jenis II.

Jawaban: E

15. $P = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ dan $Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$.

$$K = (P + Q)^2$$

$$= \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \right\}^2 = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 25 & 32 \\ 32 & 41 \end{pmatrix}$$

determinan matriks K adalah

$$(25)(41) - (32)(32) = 1.025 - 1.024 = 1$$

Jawaban: D

$$16. A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{9-12} \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} = \frac{1}{-3} \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{2}{3} \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Jawaban: D

17. Diketahui barisan aritmetika

$$U_2 = 6 \Rightarrow a + b = 6$$

$$U_{10} = 22 \Rightarrow a + 9b = 22$$

$$-8b = -16 \Rightarrow b = 2$$

Substitusikan $b = 2$ ke persamaan $a + b = 6$

$$a + (2) = 6 \Rightarrow a = 4$$

Sehingga,

$$U_7 = a + 6b = 4 + 6(2) = 4 + 12 = 16$$

Jawaban: C

18. Diketahui deret geometri tak hingga $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

Jawaban: C

$$19. S_4 = \frac{4}{2} (2a + 3b) = 30 \Rightarrow 2a + 3b = 15$$

$$S_8 = \frac{8}{2} (2a + 7b) = 172 \Rightarrow 2a + 7b = 43$$

$$2a + 3b = 15$$

$$2a + 7b = 43$$

$$-4b = -28 \Rightarrow b = 7$$

Substitusikan $b = 7$ ke salah satu persamaan

$$2a + 3b = 15 \Rightarrow 2a + 3(7) = 15$$

$$2a + 21 = 15 \Rightarrow 2a = -6 \Rightarrow a = -3$$

$$S_{18} = \frac{18}{2} (2(-3) + (17)(7)) = 9(-6 + 119)$$

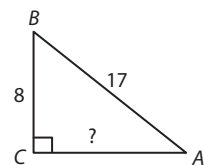
$$= 9(113) = 1.017$$

Jadi, keuntungan sampai bulan ke-18 adalah 1.017 rupiah.

Jawaban: A

20. A sudut tumpul $\Rightarrow A$ di kuadran II (nilai sinus (+))

$$\sin A = \frac{\text{de}}{\text{mi}} = \frac{8}{17}$$



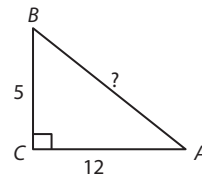
$$CA = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$$

$$\cos A = \frac{\text{sa}}{\text{mi}} = \frac{15}{17}. \text{ Karena } A \text{ di kuadran II,}$$

$$\text{maka } \cos A = -\frac{15}{17}.$$

B sudut lancip $\Rightarrow B$ di kuadran I (semua (+))

$$\tan B = \frac{\text{de}}{\text{sa}} = \frac{12}{5}$$



$$BA = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$$

$$\sin B = \frac{\text{de}}{\text{mi}} = \frac{12}{13} \text{ dan } \cos B = \frac{\text{sa}}{\text{mi}} = \frac{5}{13}. \text{ Karena } B$$

di kuadran I, maka nilai $\sin B$ dan $\cos B$ tetap positif.

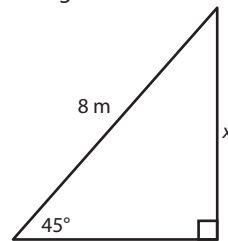
$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$= \left(\frac{8}{17}\right)\left(\frac{5}{13}\right) + \left(-\frac{15}{17}\right)\left(\frac{12}{13}\right)$$

$$= \frac{40}{221} + \left(-\frac{180}{221}\right) = -\frac{140}{221}$$

Jawaban: A

21. Ilustrasi dari permasalahan dapat digambarkan sebagai berikut.



$$\sin 45^\circ = \frac{x}{8} \Rightarrow \frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{x}{8} \Rightarrow x = 4\sqrt{2}$$

Jadi, tinggi dinding tersebut adalah $4\sqrt{2}$ m.

Jawaban: D

$$22. y = x^3 + 3x^2 - 45x$$

$$y' = 3x^2 + 6x - 45$$

$$\text{Pembuat nol } y' = 0$$

$$0 = 3x^2 + 6x - 45$$

$$0 = x^2 + 2x - 15$$

$$0 = (x+5)(x-3)$$

Pembuat nol dari y' adalah $x = -5$ dan $x = 3$

Jadi, fungsi $y = x^3 + 3x^2 - 45x$ akan turun pada interval $-5 < x < 3$.

Jawaban: A

23. Jika diperhatikan, grafik pada soal adalah grafik fungsi sinus, bentuk umum fungsi sinus adalah

$$f(x) = y = A \sin k(x+b)$$

$$\text{Amplitudo, } A = \frac{1}{2}(2 - (-2)) = 2$$

$$\text{Periode grafik, } p = 2\pi$$

$$k = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

Persamaan fungsinya adalah
 $y = 2 \sin 1(x + b) = 2 \sin (x + b)$
 Grafik fungsi melalui titik $(0, -2)$.

$$-2 = 2 \sin(0 + b)$$

$$-1 = \sin b$$

$$\sin b = \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$$

$$b = -\frac{\pi}{2}$$

Jadi, persamaan fungsinya adalah $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

Jawaban: A

24. Kubus $ABCD.EFGH$ dengan rusuk = 8 cm, M titik tengah EH .

AG = diagonal ruang = $8\sqrt{3}$

Perhatikan $\triangle GHM$

$$GM = \sqrt{GH^2 + HM^2}$$

$$= \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{64 + 16}$$

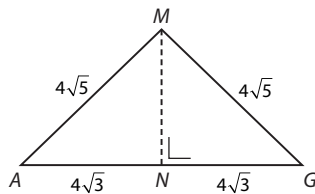
$$= \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

Perhatikan $\triangle AEM$

$$AM = \sqrt{AE^2 + EM^2}$$

$$= \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

Perhatikan $\triangle AGM$



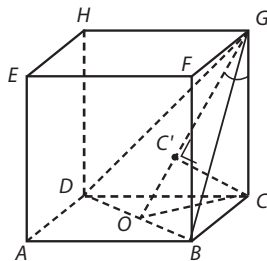
$$MN = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 - (4\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{80 - 48} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

Jadi, jarak titik M ke AG adalah $4\sqrt{2}$ cm.

Jawaban: D

25. Kubus $ABCD.EFGH$ dengan rusuk = 10 cm



Perhatikan $\triangle GOC$

$$CO = \frac{1}{2} \text{ diagonal bidang} = \frac{1}{2}(10\sqrt{2}) = 5\sqrt{2}$$

$$GO = \sqrt{GC^2 + OC^2}$$

$$= \sqrt{10^2 + (5\sqrt{2})^2} = \sqrt{100 + 50} = \sqrt{150} = 5\sqrt{6}$$

$$GC' = \frac{2}{3}GO \quad (C' \text{ titik berat } \triangle GBD)$$

$$= \frac{2}{3}(5\sqrt{6}) = \frac{10}{3}\sqrt{6}$$

$$\cos \angle (GC, BDG) = \frac{GC'}{GC} = \frac{\frac{10}{3}\sqrt{6}}{10} = \frac{1}{3}\sqrt{6}$$

Jawaban: A

$$26. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x}(x-5)}{\sqrt{x}-\sqrt{5}} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{5})(\sqrt{x}+\sqrt{5})}{(\sqrt{x}-\sqrt{5})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{5})$$

$$= \sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{5}) = \sqrt{5}(2\sqrt{5}) = 10$$

Jawaban: A

$$27. f(x) = 4x^3 + 5x^2 + 2x - 4$$

$$f'(x) = 12x^2 + 10x + 2$$

$$f'(-1) = 12(-1)^2 + 10(-1) + 2$$

$$= 12(1) + 10(-1) + 2 = 12 - 10 + 2 = 4$$

Jawaban: A

$$28. f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

Kurva $f(x)$ turun pada interval $-5 < x < 3$.

Artinya pembuat nol $f'(x)$ adalah $x = -5$ dan $x = 3$.

Sehingga,

$$(x + 5)(x - 3) = 0$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$3x^2 + 6x - 45 = 0 \equiv 3x^2 + 2ax + b = 0$$

$$\text{Diperoleh } 2a = 6 \Leftrightarrow a = 3 \text{ dan } b = -45$$

Sehingga $f(x) = x^3 + 3x^2 - 45x + c$. Karena $f(x)$ melalui titik $(2, -13)$, maka

$$-13 = (2)^3 + 3(2)^2 - 45(2) + c$$

$$-13 = 8 + 12 - 90 + c$$

$$-13 = -70 + c$$

$$c = 70 - 13 = 57$$

$$\text{Jadi, } a + b + c = 3 - 45 + 57 = 15.$$

Jawaban: E

29. Misalkan: $v(x)$ adalah biaya proyek selama p hari. Sehingga,

$$v(x) = p\left(4p + \frac{100}{p} - 40\right) = 4p^2 + 100 - 40p$$

$$= 4p^2 - 40p + 100$$

Agar biaya proyek minimum, maka haruslah $v'(x) = 0$.

$$v'(x) = 8p - 40 = 0 \Rightarrow 8p = 40 \Rightarrow p = 5$$

$\therefore$ Proyek tersebut harus selesai dalam waktu 5 hari.

Jawaban: D

30. $\int (3x^2 + 2x + 4) dx = x^3 + x^2 + 4x + C$

Jawaban: B

31.
$$\begin{aligned} \int_0^2 (3x^2 - 3x + 7) dx &= \left[x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 7x \right]_0^2 \\ &= x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 7x \Big|_0^2 \\ &= (2^3 - 0^3) - \frac{3}{2}(2^2 - 0^2) + 7(2 - 0) \\ &= (8 - 0) - \frac{3}{2}(4 - 0) + 7(2 - 0) \\ &= 8 - 6 + 14 = 16 \end{aligned}$$

Jawaban: A

32. Persentase kenaikan bulan Januari hingga bulan Februari sama dengan persentase kenaikan bulan Maret hingga bulan April. Sehingga,
 $920 - x = 700 - 500 \Rightarrow -x = 200 - 920 \Rightarrow x = 720$
 Banyak buku pada bulan Maret adalah 720 eksemplar.
 Banyak buku komputer yang terjual pada bulan Maret adalah:

$$\frac{75^\circ}{360^\circ} \times 720 = 150$$

Jawaban: E

33.

Nilai	Frekuensi (f_i)	x_i	$f_i x_i$
41-50	1	45,5	45,5
51-60	7	55,5	388,5
61-70	14	65,5	917
71-80	11	75,5	830,5
81-90	4	85,5	342
91-100	3	95,5	286,5
Jumlah	40		2.810

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{2.810}{40} = 70,25$$

Jadi, rata-rata nilai ulangan pada data di atas adalah 70,25.

Jawaban: C

34. Modus adalah bilangan yang paling sering muncul. Pada data histogram, letak modus berada pada kelas 30,5 – 33,5 (batang ke-4).

$$\begin{aligned} Mo &= T_b + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) l = 30,5 + \left(\frac{3}{3+2} \right) 3 \\ &= 30,5 + \frac{9}{5} = 30,5 + 1,8 = 32,3 \end{aligned}$$

Jadi, modus pada histogram tersebut adalah 32,3.

Jawaban: B

35. $n = 5 + 12 + 15 + 9 + 3 = 44$

Kuartil pertama (Q_1)

$$\text{Letak } Q_1 = \frac{1}{4} \cdot n = \frac{1}{4} \cdot 44 = 11$$

Terletak pada kelas ke-2 (61-70)

$$T_b = \text{tepi bawah kelas} = 61 - 0,5 = 60,5$$

$$F_k = 5$$

$$f_{Q_1} = 12$$

$$l = \text{interval} = 10$$

$$\begin{aligned} Q_1 &= T_b + \left(\frac{\frac{n}{4} - F_k}{f_{Q_1}} \right) l \\ &= 60,5 + \left(\frac{11 - 5}{12} \right) 10 \\ &= 60,5 + \frac{6}{12} \cdot 10 \\ &= 60,5 + 5 = 65,6 \end{aligned}$$

Jawaban: D

36. Data 3, 5, 6, 7, 5, 3, 6

$$\text{Varians} = S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{3+5+6+7+5+3+6}{7} = \frac{35}{7} = 5$$

$$\begin{aligned} \sum (x_i - \bar{x})^2 &= 2(3-5)^2 + 2(5-5)^2 + 2(6-5)^2 + (7-5)^2 \\ &= 2(-2)^2 + 2(0)^2 + 2(1)^2 + (2)^2 \\ &= 8 + 0 + 2 + 4 = 14 \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{14}{7} = 2$$

Jawaban: B

37. Susunan 2 siswa dari 4 siswa putra dan susunan 2 siswa dari 5 siswa putri adalah

$$\begin{aligned} C(4, 2) \times C(5, 2) &= \frac{4!}{2! \times 2!} \times \frac{5!}{2! \times 3!} \\ &= \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 1 \times 2!} \times \frac{5 \times 4 \times 3!}{2! \times 1 \times 3!} \\ &= 2 \times 3 \times 5 \times 2 \\ &= 60 \end{aligned}$$

Jadi, banyak susunan yang mungkin adalah 60.

Jawaban: C

38. Jumlah soal ada 15. Siswa mengerjakan 10 soal dari 15 soal, no 1 sampai dengan 6 wajib dikerjakan. Berarti siswa mengerjakan soal sisanya, yaitu 4 soal dari 9 soal.

$${}_9C_4 = \frac{9!}{(9-4)!4!} = \frac{9!}{5!4!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 126$$

Jadi, banyak pilihan komposisi soal-soal yang dapat diambil siswa adalah 126.

Jawaban: B

39. Tiga uang logam dilambungkan
 $n(A) = \text{muncul tiga gambar} = 1$
 Peluang muncul tiga gambar $= \frac{1}{8}$
 $FH = \frac{1}{8} \times 320 = 40 \text{ kali}$

Jawaban: B

40. $S = \text{ruang sampel dua buah dadu}, n(S) = 10$
 $A = \text{kejadian terambilnya bola bernomor 2} = \{2\}, n(A) = 1$
 $B = \text{kejadian terambilnya bola bernomor ganjil}$
 $= \{1, 3, 5, 7, 9\}, n(B) = 5$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{1}{10} + \frac{5}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Jadi, peluang terambilnya bola bernomor 2 atau bernomor ganjil adalah $\frac{3}{5}$.

Jawaban: A

PEMBAHASAN DAN KUNCI JAWABAN SOAL PEMANTAPAN PAKET 1

MATEMATIKA
IPS

$$1. \left(\frac{3^{-3}a^{-7}b^2}{3^{-4}a^{-9}b^{-7}} \right)^5 = \left(\frac{3^{-15}a^{-35}b^{10}}{3^{-20}a^{-45}b^{-35}} \right)^5$$

$$= 3^5 a^{10} b^{45} = 243a^{10}b^{45}$$

Jawaban: B

$$2. \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} \times \frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}-2}{4-2} = \frac{2(\sqrt{2}-1)}{2} = \sqrt{2}-1$$

Jawaban: A

$$3. {}^2\log 6 + {}^2\log 4 - {}^2\log 3$$

$$= {}^2\log \left(\frac{6 \times 4}{3} \right) = {}^2\log 8 = {}^2\log 2^3 = 3$$

Jawaban: D

4. Persamaan sumbu simetri suatu fungsi kuadrat adalah $x = \frac{-b}{2a}$.

$$f(x) = 5x^2 - 20x + 12 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{20}{10} = 2$$

$\therefore$ Persamaan sumbu simetri adalah $x = 2$.

Jawaban: A

5. Akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 - 6x + 3 = 0$ adalah α dan β , sehingga

$$\alpha + \beta = -\frac{(-6)}{2} = 3 \text{ dan } \alpha\beta = \frac{3}{2}$$

$$(\alpha + \beta)^2 - 5\alpha\beta = (3)^2 - 5\left(\frac{3}{2}\right) = 9 - \frac{15}{2} = \frac{18-15}{2} = \frac{3}{2}$$

Jawaban: A

6. Akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 + x - 3 = 0$ adalah α dan β , sehingga

$$\alpha + \beta = -\frac{1}{2} \text{ dan } \alpha\beta = -\frac{3}{2}$$

Misalkan $x_1 = \alpha - 2$ dan $x_2 = \beta - 2$ merupakan akar-akar dari persamaan kuadrat yang baru, maka berlaku

$$x_1 + x_2 = (\alpha - 2) + (\beta - 2) = \alpha + \beta - 4 = -\frac{1}{2} - 4 = -\frac{9}{2}$$

$$x_1 x_2 = (\alpha - 2)(\beta - 2) = \alpha\beta - 2(\alpha + \beta) + 4$$

$$= -\frac{3}{2} - 2\left(-\frac{1}{2}\right) + 4 = -\frac{3}{2} + 1 + 4 = \frac{7}{2}$$

Sehingga persamaan kuadrat yang baru adalah

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1 x_2) = 0$$

$$x^2 - \left(-\frac{9}{2}\right)x + \left(\frac{7}{2}\right) = 0$$

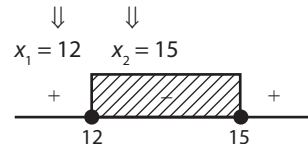
$$x^2 + \frac{9}{2}x + \frac{7}{2} = 0 \Rightarrow 2x^2 + 9x + 7 = 0$$

Jawaban: B

$$7. -x^2 + 27x - 180 \geq 0$$

$$x^2 - 27x + 180 \leq 0$$

$$(x - 12)(x - 15) \leq 0$$



$$HP = \{x \mid 12 \leq x \leq 15, x \in R\}$$

Jawaban: A

$$8. \begin{array}{rcl} 8x = 3y - 96 & \Rightarrow & 8x - 3y = -96 \\ 4x - 3y = -72 & \Rightarrow & 4x - 3y = -72 \\ \hline & & 4x = -24 \Rightarrow x = -6 \end{array}$$

Substitusikan $x = -6$ ke persamaan $4x - 3y = -72$

$$-24 - 3y = -72 \Rightarrow -3y = -48 \Rightarrow y = 16$$

Jadi, nilai $x + y = -6 + 16 = 10$

Jawaban: B

9. Misal: harga 1 kg beras = x
harga 1 kg gula = y

$$3x + 2y = 46.000 \quad \times 5 \quad \begin{array}{l} 15x + 10y = 230.000 \\ 4x + 5y = 87.000 \quad \times 2 \quad \hline 8x + 10y = 174.000 \\ \hline 7x = 56.000 \Rightarrow x = 8.000 \end{array}$$

$$4x + 5y = 87.000 \quad \times 2 \quad \hline 8x + 10y = 174.000$$

$$7x = 56.000 \Rightarrow x = 8.000$$

$$3x + 2y = 46.000$$

$$3(8.000) + 2y = 46.000$$

$$24.000 + 2y = 46.000$$

$$\Rightarrow 2y = 22.000 \Rightarrow y = 11.000$$

Harga 1 kg beras = Rp8.000,00

Harga 1 kg gula = Rp11.000,00

Budi membeli 1 kg beras dan $\frac{1}{2}$ kg gula dengan membayar Rp20.000,00.

$$x + \frac{1}{2}y = 8.000 + \frac{1}{2}(11.000) = 8.000 + 5.500 = 13.500$$

$$20.000 - 13.500 = 6.500$$

Jadi, uang kembalian yang diterima Budi adalah Rp6.500,00.

Jawaban: B

$$10. g(x) = x + 5, (f \circ g)(x) = x^2 - 6$$

$$(f \circ g)(x) = x^2 - 6$$

$$f(g(x)) = x^2 - 6$$

$$f(x + 5) = x^2 - 6$$

$$f(x) = (x - 5)^2 - 6$$

$$f(x) = x^2 - 10x + 25 - 6$$

$$f(x-1) = (x-1)^2 - 10(x-1) + 19$$

$$= x^2 - 2x + 1 - 10x + 10 + 19 = x^2 - 12x + 30$$

Jawaban: D

$$11. f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$f(x) = \frac{7x+3}{2x+1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-x+3}{2x-7}, x \neq \frac{7}{2}$$

$$f^{-1}(2) = \frac{-2+3}{4-7} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$$

Jawaban: A

$$12. g_1 \equiv 10x + 5y = 50 \Rightarrow 2x + y = 10$$

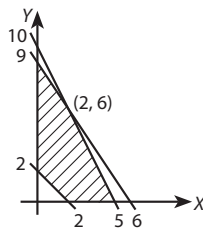
$$g_2 \equiv 9x + 6y = 54 \Rightarrow 3x + 2y = 18$$

Perpotongan garis $2x + y = 10$ dan $3x + 2y = 18$

$$\begin{array}{r} 2x + y = 10 \quad | \times 2 | \quad 4x + 2y = 20 \\ 3x + 2y = 18 \quad | \times 1 | \quad 3x + 2y = 18 \\ \hline x = 2 \end{array}$$

Substitusikan $x = 2$
ke $2x + y = 10$
 $4 + y = 10 \Rightarrow y = 6$

Titik pojok	$f(x, y) = 30x + 10y$
(2, 0)	$30(2) + 10(0) = 60$
(5, 0)	$30(5) + 10(0) = 150$
(2, 6)	$30(2) + 10(6) = 120$
(0, 9)	$30(0) + 10(9) = 90$
(0, 2)	$30(0) + 10(2) = 20$



Jadi, nilai maksimumnya adalah 150.

Jawaban: E

13. Misal: banyaknya pot tanaman buah = x
banyaknya pot tanaman hias = y

Tanaman	Banyaknya (pot)
Buah	x
Hias	y
Persediaan	120

Model matematika:

$$x + y \leq 120; x \geq 30; y \geq 40$$

Jawaban: A

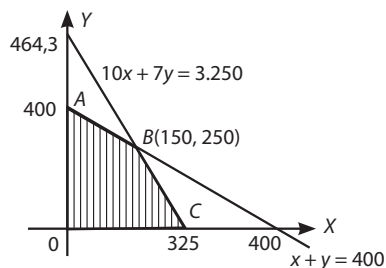
14. Misal: banyaknya pisang coklat = x
banyaknya pisang goreng = y

Model matematika:

$$1.000x + 700y \leq 325.000 \Rightarrow 10x + 7y \leq 3.250$$

$$x + y \leq 400$$

$$x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0$$



Daerah yang diarsir adalah daerah himpunan penyelesaian.

Titik B:

$$\begin{array}{r} 10x + 7y = 3.250 \quad | \times 1 | \quad 10x + 7y = 3.250 \\ x + y = 400 \quad | \times 7 | \quad 7x + 7y = 2.800 \\ \hline 3x = 450 \Rightarrow x = 150 \\ x + y = 400 \Rightarrow 150 + y = 400 \Rightarrow y = 250 \end{array}$$

$\therefore$ titik B(150, 250)

Fungsi objektif/fungsi tujuan: $f(x, y) = 500x + 300y$

$$A(0, 400) \Rightarrow f = 0 + 120.000 = 120.000$$

$$B(150, 250) \Rightarrow f = 75.000 + 75.000 = 150.000$$

$$C(325, 0) \Rightarrow f = 162.500 + 0 = 162.500$$

$\therefore$ Keuntungan maksimum adalah Rp162.500,00.

Jawaban: D

$$15. C = AB = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -3 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\det C = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ -3 & -6 \end{vmatrix} = 5(-6) - 2(-3) = -30 + 6 = -24$$

Jawaban: C

$$16. \text{ Diketahui } A = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$C = A + B = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 7 \\ 12 & 7 \end{pmatrix}$$

$$C^{-1} = \frac{1}{\det C} \begin{pmatrix} 7 & -7 \\ -12 & 14 \end{pmatrix} = \frac{1}{14} \begin{pmatrix} 7 & -7 \\ -12 & 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{6}{7} & 1 \end{pmatrix}$$

Jawaban: A

17. Diketahui barisan aritmetika

$$U_2 + U_5 = -1 \Rightarrow (a + b) + (a + 4b) = -1$$

$$2a + 5b = -1 \quad \dots(1)$$

$$U_3 + U_7 = -10 \Rightarrow (a + 2b) + (a + 6b) = -10$$

$$2a + 8b = -10 \quad \dots(2)$$

Dari persamaan (1) dan (2), diperoleh:

$$\begin{array}{r} 2a + 5b = -1 \\ 2a + 8b = -10 \\ \hline -3b = 9 \Rightarrow b = -3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2a + 5b = -1 \\ 2a + 5(-3) = -1 \\ \hline 2a = 14 \Rightarrow a = 7 \end{array}$$

$$\text{Sehingga, } U_{16} = a + 15b = 7 + 15(-3) = 7 - 45 = -38$$

Jawaban: A

18. Deret geometri tak hingga: $3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \dots$

$$\text{Diperoleh: } a = 3 \text{ dan } r = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{3}{1-\frac{1}{2}} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6$$

Jawaban: D

19. Pernyataan pada soal memiliki pola deret aritmetika sebagai berikut.

$$102.000 + 114.000 + 126.000 + \dots$$

$$a = 102.000 \text{ dan } b = 12.000$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$

$$S_{16} = \frac{16}{2}(2(102.000) + (16-1)(12.000))$$

$$= \frac{16}{2}(204.000 + (15) \cdot 12.000)$$

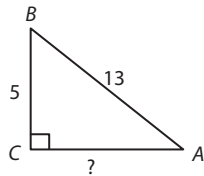
$$= 8(204.000 + 180.000) = 8(384.000) = 3.072.000$$

Jadi, jumlah keuntungan sampai minggu ke-16 adalah Rp3.072.000,00.

Jawaban: B

20. A sudut lancip $\Rightarrow A$ di kuadran I (semua (+))

$$\sin A = \frac{\text{de}}{\text{mi}} = \frac{5}{13}$$



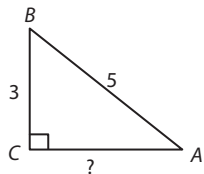
$$CA = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$$

$$\cos A = \frac{\text{sa}}{\text{mi}} = \frac{12}{13}$$

Karena A di kuadran I, maka nilai $\cos A$ tetap positif.

B sudut lancip $\Rightarrow B$ di kuadran I (semua (+))

$$\cos B = \frac{\text{sa}}{\text{mi}} = \frac{3}{5}$$



$$CA = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$$

$$\sin B = \frac{\text{de}}{\text{mi}} = \frac{4}{5}$$

Karena B di kuadran I, maka nilai $\sin B$ tetap positif.

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

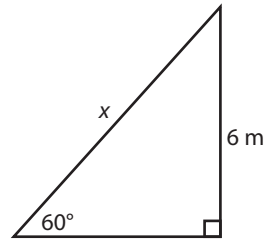
$$= \left(\frac{5}{13}\right)\left(\frac{3}{5}\right) + \left(\frac{12}{13}\right)\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$= \frac{15}{65} + \frac{48}{65}$$

$$= \frac{63}{65}$$

Jawaban: B

21. Ilustrasi dari permasalahan dapat digambarkan sebagai berikut.



$$\sin 60^\circ = \frac{6}{x} \Rightarrow \frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = 4\sqrt{3}$$

Karena banyak besi penyangga ada empat, maka panjang seluruh besi penyangga adalah $4 \times 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$ m.

Jawaban: E

22.
$$\frac{\sin 30^\circ + \cos 330^\circ + \sin 150^\circ}{\tan 45^\circ + \cos 210^\circ}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}}{1 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

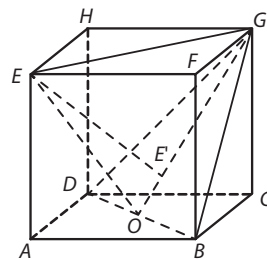
$$= \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$$

Jawaban: A

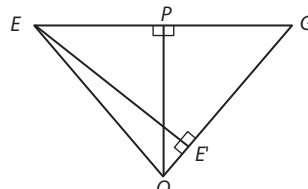
23. Diketahui $f(x) = 2 - \cos 3x$, nilai terbesar dari $\cos 3x = 1$ dan nilai terkecil $\cos 3x = -1$. Sehingga,
- $$-1 \leq \cos 3x \leq 1$$
- $$-1 \leq -\cos 3x \leq 1$$
- $$-1 + 2 \leq 2 - \cos 3x \leq 1 + 2$$
- $$1 \leq -2 - \cos 3x \leq 3$$
- $$1 \leq f(x) \leq 3$$

Jawaban: A

24. Perhatikan kubus ABCD.EFGH.



Perhatikan $\triangle EOG$.



Dengan

PO = panjang rusuk kubus = 8

EG = diagonal bidang = $8\sqrt{2}$

$$GO = \sqrt{GC^2 + CO^2} = \sqrt{8^2 + (4\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{64 + 32} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

Sehingga,

$$L_{\triangle EOG} = L_{\triangle EOG}$$

$$\frac{1}{2} \cdot EE' \cdot OG = \frac{1}{2} \cdot EG \cdot PO$$

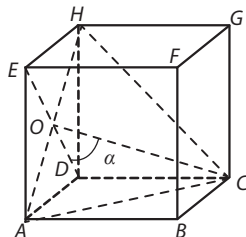
$$EE'(4\sqrt{6}) = (8\sqrt{2})(8)$$

$$EE' = \frac{64\sqrt{2}}{4\sqrt{6}} = \frac{16}{3}\sqrt{3}$$

Jadi, jarak titik E ke bidang BGD adalah $\frac{16}{3}\sqrt{3}$ cm.

Jawaban: E

25. Perhatikan kubus $ABCD.EFGH$ berikut.



$$DO = \frac{1}{2} \text{ diagonal bidang} = \frac{a}{2}\sqrt{2}$$

$$CO = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}} = \sqrt{\frac{3a^2}{2}} = a\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\text{Jadi, } \cos \alpha = \frac{\frac{a}{2}\sqrt{2}}{a\sqrt{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

Jawaban: B

$$26. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 8x - 20}{5x - 10} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+10)(x-2)}{5(x-2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+10)}{5} = \frac{2+10}{5} = \frac{12}{5}$$

Jawaban: E

$$27. f(x) = \frac{4}{3}x^3 + 6x^2 - 3x + 4 \Rightarrow f'(x) = 4x^2 + 12x - 3$$

Jawaban: D

$$28. f(x) = x^4 - 18x^2$$

$$f'(x) = 4x^3 - 36x$$

Pembuat nol $f'(x) = 0$

$$0 = 4x^3 - 36x$$

$$0 = x^3 - 9x$$

$$0 = x(x^2 - 9)$$

$$0 = x(x-3)(x+3)$$

Pembuat nol $f'(x)$ adalah $x = 0$, $x = 3$, dan $x = -3$

Jadi, nilai x yang menyebabkan fungsi $f(x) = x^4 - 18x^2$ turun adalah $x < -3$ atau $0 < x < 3$.

Jawaban: B

$$29. s(t) = 3t^2 - 24t + 5 \Rightarrow s'(t) = 6t - 24$$

Kecepatan akan maksimum jika $s'(t) = 0$, sehingga:

$$s'(t) = 6t - 24 = 0 \Rightarrow 6t = 24 \Rightarrow t = 4$$

Jadi, kecepatan maksimum mobil tersebut akan tercapai pada saat $t = 4$ detik.

Jawaban: D

$$30. \int (3x - 5)(x + 3) dx = \int (3x^2 + 4x - 15) dx$$

$$= \frac{3}{3}x^3 + \frac{4}{2}x^2 - 15x + C$$

$$= x^3 + 2x^2 - 15x + C$$

Jawaban: D

$$31. \int_1^2 \left(\frac{2}{x^3} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \int_1^2 (2x^{-3} - x^{-2}) dx$$

$$= \left[\frac{2}{-2}x^{-2} - \frac{1}{-1}x^{-1} \right]_1^2$$

$$= -x^{-2} + x^{-1} \Big|_1^2$$

$$= -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} \Big|_1^2$$

$$= -\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{1^2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{1}\right)$$

$$= -\left(\frac{1}{4} - 1\right) + \left(\frac{1}{2} - 1\right)$$

$$= -\left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Jawaban: B

32. Total produksi = 8.100 ton
Besarnya derajat dalam lingkaran = 360°

$$\text{Banyaknya hasil beras} = \frac{40^\circ}{360^\circ} \times 8.100 \text{ ton} = 900 \text{ ton}$$

Jawaban: A

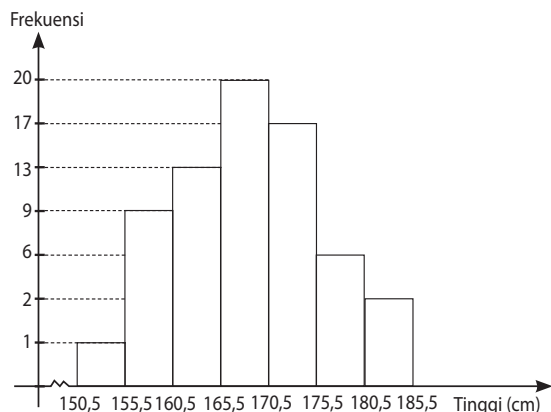
33. Perhatikan tabel hasil ulangan matematika di bawah ini.

Nilai	Nilai tengah (x_i)	Frekuensi (f)	$f \times x_i$
50-54	52	3	156
55-59	57	5	285
60-64	62	15	930
65-69	67	17	1.139
70-74	72	10	720
Jumlah		50	3.230

$$\bar{x} = \frac{\sum f \times x_i}{\sum f} = \frac{3.230}{50} = 64,60$$

Jawaban: B

34. Perhatikan diagram batang berikut!



Kelas modus $165,5 - 170,5$, $T_b = 165,5$

$d_1 = 20 - 13 = 7$ dan $d_2 = 20 - 17 = 3$

panjang kelas $= 170,5 - 165,5 = 5$

$$Mo = 165,5 + \left(\frac{7}{7+3} \right) 5 = 165,5 + \frac{7}{10} \cdot 5$$

$$= 165,5 + \frac{7}{2} = 165,5 + 3,5 = 169,00 \text{ cm}$$

Jawaban: C

35. $n = 5 + 8 + 12 + 18 + 16 + 5 = 64$

Kuartil atas (Q_3)

$$\text{Letak } Q_3 = \frac{3}{4} \cdot n = \frac{3}{4} \cdot 64 = 48$$

Terletak pada kelas ke-5 (41-45)

T_b = tepi bawah kelas $= 41 - 0,5 = 40,5$

$F_k = 43$

$f_{Q_3} = 16$

I = interval $= 5$

$$Q_3 = T_b + \left(\frac{\frac{3n}{4} - F_k}{f_{Q_3}} \right) I = 40,5 + \left(\frac{48 - 43}{16} \right) 5$$

$$= 40,5 + \frac{5}{16} \cdot 5 = 40,5 + 1,6 = 42,1$$

Jawaban: -

36. Data = 11, 12, 9, 15, 13, 14, 17

$$\bar{x} = \frac{11+12+9+15+13+14+17}{7} = \frac{91}{7} = 13$$

$$\begin{aligned} \sum (x_i - \bar{x})^2 &= (11-13)^2 + (12-13)^2 + (9-13)^2 + \\ &\quad (15-13)^2 + (13-13)^2 + (14-13)^2 + \\ &\quad (17-13)^2 \end{aligned}$$

$$= 4 + 1 + 16 + 4 + 0 + 1 + 16 = 42$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{42}{7}} = \sqrt{6}$$

Jawaban: D

37. Banyak hasil pemilihan pengurus inti yang mungkin terjadi diperoleh dengan permutasi.

$${}_8P_3 = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times \cancel{5!}}{\cancel{5!}} = 8 \times 7 \times 6 = 336$$

Jawaban: E

$$38. {}_8C_2 = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8 \times 7 \times \cancel{6!}}{2! \cancel{6!}} = \frac{\cancel{8} \times 7}{2 \times 1} = 4 \times 7 = 28$$

Jadi, banyaknya cara memilih pemain bulu tangkis ganda putri dari 8 pemain adalah 28 cara.

Jawaban: C

39. $n = 144$ kali

S = ruang sampel tiga buah uang logam, $n(S) = 8$

A = kejadian munculnya paling sedikit satu angka

$$= \{(A,A,A), (A,A,G), (A,G,A), (A,G,G), (G,A,A), (G,A,G), (G,G,A)\}, n(A) = 7$$

$$FH = P(A) \times \frac{n(A)}{n(S)} \times n = \frac{7}{8} \times 144 = 126$$

Jadi, frekuensi harapan muncul paling sedikit satu angka adalah 126 kali.

Jawaban: E

40. 20 kartu dan diberi nomor 1 sampai dengan 20, $n(S) = 20$.

A = kejadian terambilnya kartu kurang dari 13.

$$A = \{1, 2, 3, \dots, 12\}, n(A) = 12$$

$$P(A) = \frac{12}{20}$$

B = kejadian terambilnya kartu bernomor kelipatan 3.

$$B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}, n(B) = 6$$

$$P(B) = \frac{6}{20}$$

$$A \cap B = \{3, 6, 9, 12\}, n(A \cap B) = 4$$

$$P(A \cap B) = \frac{4}{20}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{12}{20} + \frac{6}{20} - \frac{4}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$$

Jawaban: D

PEMBAHASAN DAN KUNCI JAWABAN SOAL PEMANTAPAN PAKET 2

MATEMATIKA
IPS

$$1. \left(\frac{7x^3y^{-4}}{84x^{-7}y^{-1}} \right)^{-1} = \left(\frac{7}{84} x^{3-(-7)} y^{-4-(-1)} \right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{1}{12} x^{3+7} y^{-4+1} \right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{1}{12} x^{10} y^{-3} \right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{x^{10}}{12y^3} \right)^{-1} = \frac{12y^3}{x^{10}}$$

Jawaban: A

$$2. \sqrt{8} + \sqrt{75} - (\sqrt{32} + \sqrt{243}) = 2\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - (4\sqrt{2} + 9\sqrt{3})$$

$$= (2-4)\sqrt{2} + (5-9)\sqrt{3}$$

$$= -2\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$$

Jawaban: B

$$3. {}^3\log 18 - {}^3\log 8 + {}^3\log 4 = {}^3\log \left(\frac{18}{8} \times 4 \right)$$

$$= {}^3\log 9$$

$$= {}^3\log 3^2 = 2$$

Jawaban: C

$$4. \text{ Titik balik: } \left(\frac{-b}{2a}, \frac{D}{-4a} \right)$$

$$y = x^2 - 4x + 6$$

$$\frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(1)} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{D}{-4a} = \frac{b^2 - 4ac}{-4a} = \frac{(-4)^2 - 4(1)(6)}{-4(1)}$$

$$= \frac{16 - 24}{-4} = \frac{-8}{-4} = 2$$

Jadi, koordinat titik balik grafik $y = x^2 - 4x + 6$ adalah (2, 2).

Jawaban: D

$$5. x^2 - 2x + 3 = 0 \text{ akar-akarnya adalah } \alpha \text{ dan } \beta.$$

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-2)}{1} = 2 \text{ dan } \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{(2)^2 - 2(3)}{3} = \frac{4 - 6}{3} = \frac{-2}{3}$$

Jawaban: D

$$6. \text{ Misalkan } y = 2x + 1 \Rightarrow x = \frac{y-1}{2}$$

Substitusikan $x = \frac{y-1}{2}$ ke persamaan $2x^2 + 3x - 5 = 0$

$$2\left(\frac{y-1}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{y-1}{2}\right) - 5 = 0$$

$$2\left(\frac{y^2 - 2y + 1}{4}\right) + 3\left(\frac{y-1}{2}\right) - 5 = 0$$

$$2(y^2 - 2y + 1) + 6(y - 1) - 20 = 0$$

$$2y^2 - 4y + 2 + 6y - 6 - 20 = 0$$

$$2y^2 + 2y - 24 = 0$$

$$y^2 + y - 12 = 0$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

Jawaban: E

$$7. (x + 5)x \leq 2(x^2 + 2), x \in R$$

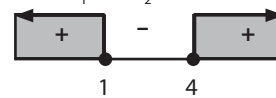
$$2(x^2 + 2) - (x + 5)x \geq 0$$

$$2x^2 + 4 - x^2 - 5x \geq 0$$

$$x^2 - 5x + 4 \geq 0$$

$$(x - 1)(x - 4) \geq 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = 4$$



Daerah yang memenuhi adalah daerah yang positif.
Jadi, HP = $\{x \mid x \leq 1 \text{ atau } x \geq 4\}$.

Jawaban: B

8. Diketahui sistem persamaan

$$\frac{x}{5} - \frac{y}{6} = 2 \text{ dan } \frac{3}{5}x + \frac{2}{3}y = -1.$$

$$\frac{1}{5}x - \frac{1}{6}y = 2 \quad \times 3 \quad \left| \begin{array}{l} \frac{3}{5}x - \frac{1}{2}y = 6 \\ \frac{3}{5}x + \frac{2}{3}y = -1 \end{array} \right.$$

$$\frac{3}{5}x + \frac{2}{3}y = -1 \quad \times 1 \quad \left| \begin{array}{l} \frac{3}{5}x + \frac{2}{3}y = -1 \\ \frac{3}{5}x - \frac{1}{2}y = 6 \end{array} \right.$$

$$-\frac{7}{6}y = 7 \Rightarrow y = -6$$

Substitusikan $y = -6$ ke persamaan $\frac{x}{5} - \frac{y}{6} = 2$

$$\frac{x}{5} - \frac{(-6)}{6} = 2 \Rightarrow \frac{x}{5} + 1 = 2 \Rightarrow x = 5$$

Karena x_1 dan y_1 merupakan penyelesaian sistem persamaan linear, maka $x_1 = 5$ dan $y_1 = -6$.

Jadi, nilai $2x_1 - y_1 = 2(5) - (-6) = 10 + 6 = 16$.

Jawaban: C

9. Misalkan banyak tiket kelas ekonomi = x dan banyak tiket kelas eksekutif = y

$$x + y = 200$$

$$150.000x + 310.000y = 43.760.000 \Rightarrow 15x + 31y = 4.376$$

$$\begin{array}{r} x + y = 200 \quad \times 15 \quad 15x + 15y = 3.000 \\ 15x + 31y = 4.376 \quad \times 1 \quad 15x + 31y = 4.376 \\ \hline -16y = -1.376 \Rightarrow y = 86 \end{array}$$

Substitusikan $y = 86$ ke persamaan $x + y = 200$

$$x + (86) = 200 \Rightarrow x = 114$$

Jadi, banyaknya penumpang kelas ekonomi dan kelas eksekutif berturut-turut adalah 114 dan 86.

Jawaban: E

10. $f(x) = x^2 + x - 5$ dan $g(x) = x - 2$
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x - 2) = (x - 2)^2 + (x - 2) - 5$
 $= x^2 - 4x + 4 + x - 2 - 5 = x^2 - 3x - 3$

Jawaban: A

11. Diketahui $(f \circ g)(x) = 4x^2 + 20x + 23$ dan $g(x) = 2x + 5$.

$$(f \circ g)(x) = 4x^2 + 20x + 23$$

$$f(g(x)) = 4x^2 + 20x + 23$$

$$f(2x + 5) = 4x^2 + 20x + 23 \quad \dots (1)$$

$$\text{Misalkan } y = 2x + 5 \Rightarrow x = \frac{y-5}{2}$$

Sehingga persamaan (1) menjadi

$$f(y) = 4\left(\frac{y-5}{2}\right)^2 + 20\left(\frac{y-5}{2}\right) + 23$$

$$f(y) = (y^2 - 10y + 25) + 10(y - 5) + 23$$

$$f(y) = y^2 - 10y + 25 + 10y - 50 + 23$$

$$f(y) = y^2 - 2 \Rightarrow f(x) = x^2 - 2$$

Misalkan $y = f(x)$, maka

$$y = f(x)$$

$$y = x^2 - 2$$

$$y + 2 = x^2$$

$$x = \sqrt{y+2}$$

$$f^{-1}(y) = \sqrt{y+2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+2}, x \geq -2$$

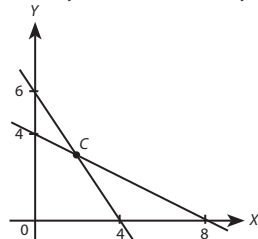
Jawaban: B

12. Persamaan garis yang melalui titik (0, 6) dan (4, 0):

$$6x + 4y = (6)(4) \Rightarrow 3x + 2y = 12$$

Persamaan garis yang melalui titik (0, 4) dan (8, 0):

$$4x + 8y = (4)(8) \Rightarrow x + 2y = 8$$



Menentukan titik potong C

$$3x + 2y = 12$$

$$x + 2y = 8$$

$$2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

Substitusikan $x = 2$ ke persamaan $x + 2y = 8$

$$(2) + 2y = 8 \Rightarrow 2 + 2y = 8 \Rightarrow y = 3$$

Jadi, titik $B(2, 3)$.

Fungsi objektif $f(x, y) = 2x + 5y$

$$B(0, 4) \Rightarrow f = 2(0) + 5(4) = 20 \text{ (maks)}$$

$$C(2, 3) \Rightarrow f = 2(2) + 5(3) = 19$$

$$D(4, 0) \Rightarrow f = 2(4) + 5(0) = 8$$

Jadi, nilai maksimum dari $f(x, y) = 2x + 5y$ adalah 20.

Jawaban: B

13. Misalkan banyak kue donat = x dan banyak kue sus = y .

	Banyaknya	Biaya (Rp)
Kue donat	x	1.000
Kue sus	y	1.250
Modal	700	1.000.000

Model matematika:

$$x + y \leq 700$$

$$1.000x + 1.250y \leq 1.000.000 \Rightarrow 4x + 5y \leq 4.000$$

$$x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0$$

Jawaban: C

14. Misalkan banyaknya buku teks A = x dan banyaknya buku teks B = y .

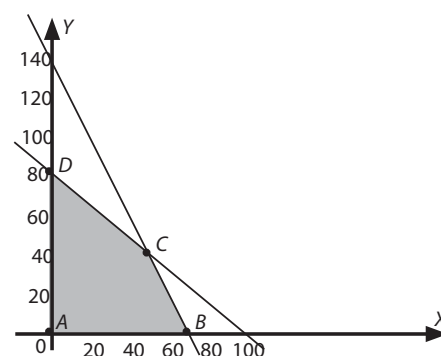
	Lama mencetak (jam)	Lama menjilid (jam)
Buku teks A	5	8
Buku teks B	6	4
Waktu yang tersedia	490	560

Model matematika:

$$5x + 6y \leq 490$$

$$8x + 4y \leq 560 \Rightarrow 2x + y \leq 140$$

$$x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0$$



Menentukan titik C

$$\begin{array}{rcl} 5x + 6y = 490 & \times 1 & 5x + 6y = 490 \\ 2x + y = 140 & \times 6 & 12x + 6y = 840 \\ \hline -7x = -350 & \Rightarrow & x = 50 \end{array}$$

Substitusikan $x = 50$ ke persamaan $2x + y = 140$

$$2(50) + y = 140 \Rightarrow 100 + y = 140 \Rightarrow y = 40$$

Jadi, titik C(50, 40).

Laba bersih dari buku teks A dan buku teks B berturut-turut adalah Rp18.000,00 dan Rp20.000,00, sehingga fungsi objektifnya adalah $18.000x + 20.000y$.

$$B(70, 0) \Rightarrow f = 18.000(70) + 20.000(0) = 1.260.000$$

$$C(50, 40) \Rightarrow f = 18.000(50) + 20.000(40) = 1.700.000$$

$$D\left(0, 81\frac{2}{3}\right) \Rightarrow f = 18.000(0) + 20.000\left(81\frac{2}{3}\right) = 1.633.333,33$$

Jadi, banyaknya buku teks A dan B yang harus diproduksi agar perusahaan memperoleh laba maksimum berturut-turut adalah 50 dan 40.

Jawaban: B

15. Diketahui

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \text{ dan } C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$2A + B - C$$

$$= 2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\det(2A + B - C) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 4 \end{vmatrix} = (1)(4) - (1)(4) = 4 - 4 = 0$$

Jawaban: C

16. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 8 & 5 \end{pmatrix}$, dan $X = 2A - B$.

$$X = 2A - B$$

$$X = 2\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 8 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 8 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$X^{-1} = \frac{1}{\det X} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{-3+4} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Jawaban: B

17. Diketahui deret geometri.

$$U_1 = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$U_6 = 96 \Rightarrow ar^5 = 96$$

$$ar^5 = 96 \Rightarrow 3(r^5) = 96 \Rightarrow r^5 = 32 \Rightarrow r = 2$$

Sehingga $a = 3$ dan $r = 2$, diperoleh

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_{10} = \frac{3(2^{10} - 1)}{2 - 1} = \frac{3(1.024 - 1)}{2 - 1} = 3(1.023) = 3.069$$

Jawaban: D

18. Diketahui deret geometri tak hingga:

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \dots$$

$$\text{Diperoleh: } a = \frac{1}{8} \text{ dan } r = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{8}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4}$$

Jawaban: C

19. Banyaknya baris kursi pada gedung pertunjukan membentuk deret aritmetika dengan $b = 4$.

Jika suku awal a , maka deret aritmetika akan berbentuk:

$$a + (a + 4) + (a + 8) + (a + 12) + \dots$$

$$U_4 = a + 3b = a + 3(4) = a + 12$$

$$U_{10} = a + 9b = a + 9(4) = a + 36$$

$$\frac{U_4}{U_{10}} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{a+12}{a+36} = \frac{2}{5}$$

$$5a + 60 = 2a + 72 \Rightarrow 3a = 12 \Rightarrow a = 4$$

Jadi, suku awal $a = 4$.

Jika baris terakhir mempunyai 80 kursi adalah suku ke- n , maka

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$80 = 4 + (n - 1)4 \Rightarrow 80 = 4 + 4n - 4 \Rightarrow 80 = 4n \Rightarrow n = 20$$

Banyak kursi di gedung dimodelkan dengan S_n , sehingga

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

$$S_{20} = \frac{20}{2}(4 + U_{20})$$

$$= 10(4 + 80)$$

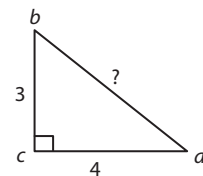
$$= 10(84) = 840$$

Jadi, banyak kursi yang dimiliki gedung tersebut adalah 840 kursi.

Jawaban: D

20. a sudut lancip $\Rightarrow a$ di kuadran I (semua (+))

$$\tan a = \frac{de}{sa} = \frac{3}{4}$$



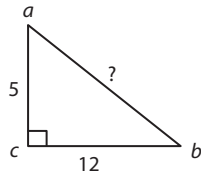
$$\text{miring} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

$$\sin a = \frac{de}{mi} = \frac{3}{5} \text{ dan } \cos a = \frac{sa}{mi} = \frac{4}{5}$$

Karena a di kuadran I, maka nilai $\sin a$ dan $\cos a$ tetap positif.

b sudut lancip $\Rightarrow b$ di kuadran I (semua (+))

$$\tan b = \frac{de}{sa} = \frac{5}{12}$$



$$\text{miring} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

$$\sin b = \frac{de}{mi} = \frac{5}{13} \text{ dan } \cos b = \frac{sa}{mi} = \frac{12}{13}$$

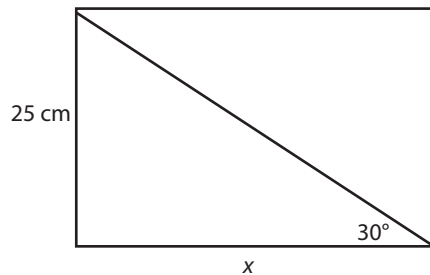
Karena B di kuadran I, maka nilai $\sin b$ dan $\cos b$ tetap positif.

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$= \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{12}{13}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{5}{13}\right) = \frac{36}{65} + \frac{20}{65} = \frac{56}{65}$$

Jawaban: D

21. Ilustrasi dari permasalahan dapat digambarkan sebagai berikut.



$$\tan 30^\circ = \frac{25}{x} \Rightarrow \frac{1}{3}\sqrt{3} = \frac{25}{x} \Rightarrow x = 25\sqrt{3}$$

Jadi, panjang figura tersebut adalah $25\sqrt{3}$ cm.

Jawaban: A

$$22. \frac{\sin 150^\circ + \sin 120^\circ}{\cos 210^\circ - \cos 300^\circ} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{-\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = -1$$

Jawaban: B

23. Jika diperhatikan, grafik pada soal adalah grafik fungsi kosinus, bentuk umum fungsi kosinus adalah $f(x) = y = A \cos k(x+b)$

$$\text{Amplitudo, } A = \frac{1}{2}(2 - (-2)) = 2$$

$$\text{Periode grafik, } p = \pi$$

$$k = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$$

Persamaan fungsinya adalah

$$y = 2 \cos 2(x+b) = 2 \cos 2(x+b)$$

Grafik fungsi melalui titik (0, 2).

$$2 = 2 \cos (0+b)$$

$$1 = \cos b$$

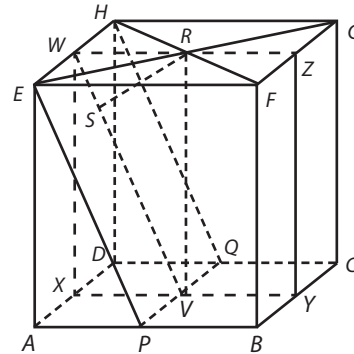
$$\cos 0 = \cos b$$

$$b = 0$$

Jadi, persamaan fungsinya adalah $y = 2 \cos 2x$

Jawaban: E

24. Perhatikan bidang XYZW

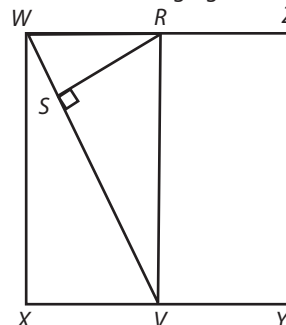


$$WR = \frac{1}{2}a \text{ dan } RV = a$$

$$VW = \sqrt{WR^2 + RV^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} = \frac{a}{2}\sqrt{5}$$

Jarak R pada bidang $PQEH$ adalah RS .

Gunakan luas segitiga



$$\frac{1}{2}WR \cdot RV = \frac{1}{2}VW \cdot RS$$

$$\frac{1}{2}a \cdot a = \frac{1}{2}a\sqrt{5} \cdot RS \Rightarrow RS = \frac{a}{5}\sqrt{5}$$

Jadi jarak titik R ke bidang $EQPH$ adalah $\frac{a}{5}\sqrt{5}$ cm.

Jawaban: D

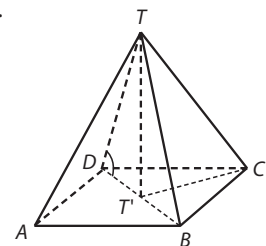
25. Limas beraturan $T.ABCD$ dengan rusuk alas = 2 cm dan rusuk tegak = $\sqrt{3}$ cm.

$$\tan \angle(TD, ABCD) = \frac{TT'}{T'D}$$

Perhatikan $\triangle TT'C$

$$T'C = \frac{1}{2} \text{ diagonal sisi alas}$$

$$= \frac{1}{2}(2\sqrt{2}) = \sqrt{2}$$



$$TT' = \sqrt{TC^2 - (T'C)^2}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{3-2} = 1$$

$$\tan \angle(TD, ABCD) = \frac{TT'}{T'D} = \frac{TT'}{T'C} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

Jawaban: B

$$26. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 7x + 12}{2x + 8} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{(x+3)(x+4)}{2(x+4)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x+3}{2} = \frac{-4+3}{2} = -\frac{1}{2}$$

Jawaban: B

$$27. \text{Diketahui } f(x) = 9x^4 - x^2 + 2x + 1$$

$$f'(x) = 36x^3 - 2x + 2$$

$$f'(-1) = 36(-1)^3 - 2(-1) + 2 = -36 + 2 + 2 = -28$$

Jawaban: D

$$28. y = 2x + 3\sqrt[3]{x^2}$$

Nilai y maksimum jika $y' = 0$

$$y' = 2 + \frac{2}{\sqrt[3]{x}} \Rightarrow 0 = 2 + \frac{2}{\sqrt[3]{x}} \Rightarrow x = -1$$

$$y(-1) = 2(-1) + 3\sqrt[3]{(-1)^2} = -2 + 3 = 1$$

Jawaban: A

$$29. \text{Total penjualan} = 100.000x$$

$$\text{Total biaya produksi} = (5.000x^2 - 10.000x + 80.000)x$$

$$\text{Keuntungan} = \text{total penjualan} - \text{total biaya produksi}$$

$$= 100.000x - (5.000x^2 - 10.000x + 80.000x)$$

$$= 100.000x - 5.000x^2 + 10.000x - 80.000x$$

$$= -5.000x^2 + 10.000x + 20.000x$$

Misalkan keuntungan = $f(x)$, sehingga

$$f(x) = -5.000x^2 + 10.000x + 20.000x$$

$f(x)$ mencapai maksimum untuk $f'(x) = 0$, sehingga

$$f'(x) = -15.000x^2 + 20.000x + 20.000$$

$$0 = -15.000x^2 + 20.000x + 20.000$$

$$3x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$(3x + 2)(x - 2) = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \text{ atau } x = 2$$

Nilai x positif adalah $x = 2$, sehingga

$$f(2) = -5.000(2)^2 + 10.000(2) + 20.000(2)$$

$$= -40.000 + 40.000 + 40.000 = 40.000$$

Jadi, keuntungan maksimum yang diperoleh perusahaan tersebut adalah Rp40.000,00.

Jawaban: B

$$30. \int \left(4x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3x \right) dx = \frac{4}{4}x^4 + \frac{1}{2 \times 3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + C$$

$$= x^4 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + C$$

Jawaban: E

$$31. \int_{-1}^2 (-x^2 + 2x + 2) dx$$

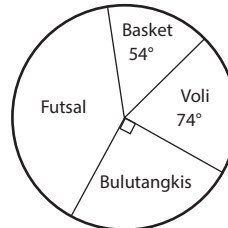
$$= -\frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{2}x^2 + 2x \Big|_{-1}^2 = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 2x \Big|_{-1}^2$$

$$= -\frac{1}{3}((2)^3 - (-1)^3) + ((2)^2 - (-1)^2) + 2((2) - (-1))$$

$$= -\frac{1}{3}(9) + 3 + 2(3) = -3 + 3 + 6 = 6$$

Jawaban: B

32. Perhatikan diagram lingkaran berikut.



Berdasarkan diagram tersebut diperoleh:

$$\text{Futsal} = 360^\circ - (\text{basket} + \text{voli} + \text{bulu tangkis})$$

$$= 360^\circ - (54^\circ + 74^\circ + 90^\circ)$$

$$= 360^\circ - 218^\circ = 142^\circ$$

$$\text{Banyak futsal} = \frac{142^\circ}{360^\circ} \times 7.560 = 2.982$$

Jadi, banyak siswa yang menyenangi futsal adalah 2.982 orang.

Jawaban: D

33. Perhatikan distribusi frekuensi di bawah ini.

Nilai	Nilai tengah (x_i)	Frekuensi	$f \times x_i$
1-5	3	3	9
6-10	8	4	32
11-15	13	7	91
16-20	18	10	180
21-25	23	6	138
Σ		30	450

$$\bar{x} = \frac{\sum f \times x_i}{\sum f} = \frac{450}{30} = 15$$

Jawaban: B

34. Jumlah frekuensi = $2 + 5 + 8 + 15 + 9 + 6 + 3 + 2 = 50$

Median pada data ke- $\frac{1}{2}(50) = 25$ (batang ke-4)

$$Me = T_b + \left(\frac{\frac{1}{2}n - F_k}{f_{Me}} \right) l$$

$$= 59,5 + \left(\frac{25 - 15}{15} \right) \times 5$$

$$= 59,5 + \frac{10}{3} = 59,5 + 3,33 = 62,83$$

Jadi, median dari data pada histogram adalah 62,83.

Jawaban: E

35. $n = 4 + 5 + 6 + 12 + 8 + 5 = 40$

Kuartil ke-2 (Q_2)

$$\text{Letak } Q_2 = \frac{2}{4} \cdot n$$

$$= \frac{2}{4} \cdot 40 = 20$$

Terletak pada kelas ke-4 (160-164)

$$T_b = \text{tepi bawah kelas} = 160 - 0,5 = 159,5$$

$$F_k = 15$$

$$f_{Q_2} = 12$$

$$I = \text{interval} = 5$$

$$Q_2 = T_b + \left(\frac{\frac{2n}{4} - F_k}{f_{Q_2}} \right) I = 159,5 + \left(\frac{20 - 15}{12} \right) 5$$

$$= 159,5 + \frac{5}{12} \cdot 5 = 159,5 + 2,08 = 161,58$$

Jadi, kuartil ke-2 dari data pada tabel adalah 161,58.

Jawaban: A

36. Diketahui data 7, 6, 8, 8, 9, 5, 9, 6, 5

$$\text{Simpangan baku } S = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

$$\bar{x} = \frac{7+6+8+8+9+5+9+6+5}{9} = \frac{63}{9} = 7$$

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = (7-7)^2 + 2(6-7)^2 + 2(8-7)^2 + 2(9-7)^2 + 2(5-7)^2$$

$$= (0)^2 + 2(-1)^2 + 2(1)^2 + 2(2)^2 + 2(-2)^2$$

$$= 0 + 2 + 2 + 8 + 8 = 20$$

$$\text{Sehingga, } S = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{20}{9}} = \frac{2}{3} \sqrt{5}$$

Jawaban: D

37. Dari 9 orang guru, akan dibentuk panitia ulangan umum yang terdiri atas ketua, sekretaris, dan bendahara. Banyak pemilihan panitia:

$${}_9P_3 = \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9!}{6!}$$

$$= \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6!}$$

$$= 9 \times 8 \times 7 = 504$$

Jadi, banyak susunan panitia ulangan umum yang dapat dibentuk adalah 504.

Jawaban: E

38. Komposisi lama jam kerja yang dapat dipilih Didi:

a. 2, 2, 5 b. 2, 3, 4 c. 3, 3, 3

Permutasi dari 2, 2, 5 adalah permutasi berulang:

$$\frac{3!}{2!} = 3$$

Permutasi dari 2, 3, 4 adalah permutasi 3 unsur:

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

Permutasi dari 3, 3, 3 adalah permutasi berulang:

$$\frac{3!}{3!} = 1$$

Jadi, komposisi lama jam kerja yang mungkin dapat dipilih Didi adalah $3 + 6 + 1 = 10$.

Jawaban: E

39. $N = 180$

S = ruang sampel dua buah dadu dilempar, $n(S) = 36$

A = kejadian munculnya jumlah mata dadu 5

$$= \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)\}, n(A) = 4$$

B = kejadian munculnya jumlah mata dadu 10

$$= \{(4, 6), (5, 5), (6, 4)\}, n(B) = 3$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{36} + \frac{3}{36} = \frac{7}{36}$$

$$FH = P(A \cup B) \times N = \frac{7}{36} \times 180 = 35$$

Jadi, frekuensi harapan munculnya mata dadu berjumlah 5 atau berjumlah 10 adalah 35.

Jawaban: D

40. S = ruang sampel dua buah dadu dilempar, $n(S) = 36$

A = kejadian munculnya jumlah mata dadu 7

$$= \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}, n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Jadi, peluang munculnya jumlah kedua mata dadu 7 adalah $\frac{1}{6}$.

Jawaban: C

PEMBAHASAN DAN KUNCI JAWABAN SOAL PEMANTAPAN PAKET 3

MATEMATIKA IPS

$$1. \left(\frac{8p^{-3}q^{-2}}{16p^{-1}q^{-4}} \right)^2 = \left(\frac{8}{16} p^{-3-(-1)} q^{-2-(-4)} \right)^2 \\ = \left(\frac{1}{2} p^{-2} q^2 \right)^2 = \left(\frac{1}{2} \right)^2 p^{(-2)2} q^{(2)2} = \frac{q^4}{4p^4}$$

Jawaban: A

$$2. \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{6}}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2}\sqrt{6}$$

Jawaban: D

$$3. 2 \cdot {}^3\log 4 - \frac{1}{2} \cdot {}^3\log 25 + {}^3\log 30 - {}^3\log 32 \\ = {}^3\log 16 - {}^3\log 5 + {}^3\log 30 - {}^3\log 32 \\ = {}^3\log \frac{16 \times 30}{5 \times 32} = {}^3\log 3 = 1$$

Jawaban: C

4. Grafik fungsi $y = ax^2 + bx + c$ melalui titik-titik (0, 1), (1, 0), dan (3, 0), titik minimum fungsi (p, q), sehingga memotong sumbu-X di titik (1, 0) dan (3, 0).

$$\text{Sehingga, } x_{\min} = p = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Jawaban: A

5. $3x^2 - 6x - 7 = 0$ akar-akarnya α dan β

$$\alpha + \beta = -\frac{-6}{3} = 2 \text{ dan } \alpha\beta = -\frac{7}{3}$$

$$\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1} = \frac{\beta+1+\alpha+1}{\alpha\beta+(\alpha+\beta)+1} = \frac{\alpha+\beta+2}{\alpha\beta+(\alpha+\beta)+1} \\ = \frac{2+2}{-\frac{7}{3}+2+1} = \frac{4}{-\frac{7}{3}+3} = \frac{4}{\frac{-7+9}{3}} = \frac{4}{\frac{2}{3}} = 6$$

Jawaban: B

6. Misalkan $y = 3x \Rightarrow x = \frac{y}{3}$

$$\text{Substitusikan } x = \frac{y}{3} \text{ ke persamaan } 3x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$3\left(\frac{y}{3}\right)^2 - 5\left(\frac{y}{3}\right) - 1 = 0$$

$$3\left(\frac{y^2}{9}\right) - 5\left(\frac{y}{3}\right) - 1 = 0$$

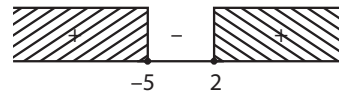
$$\frac{y^2}{3} - \frac{5y}{3} - 1 = 0$$

$$y^2 - 5y - 3 = 0$$

$$\therefore x^2 - 5x - 3 = 0$$

Jawaban: D

$$7. \begin{aligned} -4x + 6 &\leq x^2 - x - 4 \\ x^2 + 3x - 10 &\geq 0 \\ (x+5)(x-2) &\geq 0 \end{aligned}$$



$$\text{HP} = \{x \mid x \leq -5 \text{ atau } x \geq 2\}$$

Jawaban: C

$$8. \begin{array}{l|l} 7x+5y=39 & \times 3 \quad 21x+15y=117 \\ 5x+3y=11 & \times 5 \quad 25x+15y=55 \end{array}$$

$$-4x = 62 \Rightarrow x = -\frac{31}{2}$$

Substitusikan $x = -\frac{31}{2}$ ke salah satu persamaan

$$5x+3y=11 \Rightarrow 5\left(-\frac{31}{2}\right)+3y=11$$

$$-\frac{155}{2}+3y=11 \Rightarrow 3y=\frac{177}{2}$$

$$\Rightarrow y=\frac{59}{2}$$

$$\left(\frac{x_1+y_1}{2} \right) = \frac{-\frac{31}{2}+\frac{59}{2}}{2} = \frac{28}{2} = \frac{28}{4} = 7$$

Jawaban: A

9. Misalkan sabun = x dan pasta gigi = y, model matematikanya adalah

$$5x+3y=37.500 \quad \times 4 \quad 20x+12y=150.000$$

$$3x+4y=30.750 \quad \times 3 \quad 9x+12y=92.250$$

$$11x = 57.750 \Rightarrow x = 5.250$$

Substitusikan $x = 5.250$ ke $3x+4y=30.750$, diperoleh

$$15.750+4y=30.750 \Rightarrow 4y=15.000 \Rightarrow y=3.750$$

Jadi, Yanto membeli 6 batang sabun dan 5 pasta gigi seharga

$$6x+5y = \text{Rp}31.500,00 + \text{Rp}18.750,00 = \text{Rp}50.250,00.$$

Jawaban: D

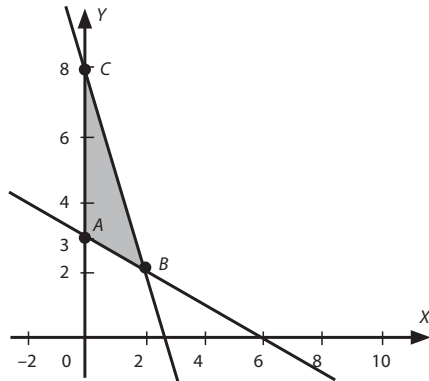
$$10. \begin{aligned} (f \circ g)(3) &= f(g(3)) \\ &= f(3+2) \\ &= f(5) \\ &= 5^2 - 3(5) + 5 \\ &= 25 - 15 + 5 \\ &= 15 \end{aligned}$$

Jawaban: B

11. $f(x) = y \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$, sehingga
 $f^{-1}(7) = x$
 $f(x) = 7$
 $3x + 1 = 7 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$

Jawaban: B

12. Sistem pertidaksamaan:
 $x + 2y \geq 6$
 $3x + y \leq 8$
 $x \geq 0$
 $y \geq 0$



Daerah yang diarsir adalah daerah himpunan penyelesaian:

Menentukan titik B

$$\begin{array}{rcl} x + 2y = 6 & \times 1 & x + 2y = 6 \\ 3x + y = 8 & \times 2 & 6x + 2y = 16 \\ \hline -5x & & -10 \Rightarrow x = 2 \end{array}$$

Substitusikan $x = 2$ ke salah satu persamaan

$$(2) + 2y = 6 \Rightarrow 2y = 4 \Rightarrow y = 2$$

Sehingga titik B(2, 2)

Fungsi objektif: $f(x, y) = 5x + 45y$

$$A(0, 3) \Rightarrow f = 5(0) + 45(3) = 135$$

$$B(2, 2) \Rightarrow f = 5(2) + 45(2) = 100$$

$$C(0, 8) \Rightarrow f = 5(0) + 45(8) = 360 \text{ (maks)}$$

Jadi, nilai maksimum dari $5x + 45y$ adalah 360.

Jawaban: A

13. Misalkan banyak sosis $A = x$ dan banyak sosis $B = y$.

	Daging (gram)	Tepung sagu (gram)
Sosis A	4	10
Sosis B	2	6
Persediaan	10.000	20.000

Model matematika:

$$4x + 2y \leq 10.000 \Rightarrow 2x + y \leq 5.000$$

$$10x + 6y \leq 20.000 \Rightarrow 5x + 3y \leq 10.000$$

$$x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0$$

Jawaban: D

- 14.

	Satin	Prada	Harga jual
Baju I	2	1	500.000
Baju II	1	2	400.000
Persediaan	4	5	

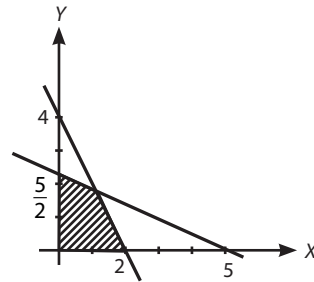
Model matematikanya menjadi

$$2x + y \leq 4$$

$$x + 2y \leq 5$$

fungsi objektif/maksimum

$$f(x, y) = 500.000x + 400.000y$$



$$\begin{array}{rcl} 2x + y = 4 & \times 2 & 4x + 2y = 8 \\ x + 2y = 5 & \times 1 & x + 2y = 5 \\ \hline 3x & & 3 \Rightarrow x = 1 \end{array}$$

Substitusikan $x = 1$ ke salah satu persamaan

$$2x + y = 4 \Rightarrow 2(1) + y = 4 \Rightarrow 2 + y = 4 \Rightarrow y = 2$$

Titik potong kedua garis adalah (1, 2)

Uji titik pojok

	$f(x, y) = 500.000x + 400.000y$
(0, 0)	$500.000(0) + 400.000(0) = 0$
(2, 0)	$500.000(2) + 400.000(0) = 1.000.000$
(1, 2)	$500.000(1) + 400.000(2) = 1.300.000 \text{ (maks)}$
$(0, \frac{5}{2})$	$500.000(0) + 400.000(\frac{5}{2}) = 1.000.000$

Jadi, hasil maksimum penjualan di butik tersebut adalah Rp1.300.000,00.

Jawaban: C

$$\begin{aligned} 15. \quad C &= 3 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 12 & 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -6 & -2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 5 \\ 8 & 7 \end{pmatrix} \\ \det(C) &= \begin{vmatrix} 12 & 5 \\ 8 & 7 \end{vmatrix} = 84 - 40 = 44 \end{aligned}$$

Jawaban: B

$$\begin{aligned} 16. \quad A^{-1}C &= \frac{1}{20-18} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -6 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 14 \\ 24 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -16 \\ 36 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 18 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Jawaban: B

17. $U_4 = a + 3b = 34$
 $U_7 + U_9 = U_4 + 3b + U_4 + 5b = 132 \Rightarrow 2U_4 + 8b = 132$
 $68 + 8b = 132 \Rightarrow 8b = 64 \Rightarrow b = 8$
 Substitusikan $b = 8$ ke $a + 3b = 34$
 $a + 24 = 34 \Rightarrow a = 10$
 Jadi, $S_{12} = \frac{12}{2} \{2 \cdot 10 + (12 - 1)8\} = 6\{20 + 88\} = 648$.

Jawaban: D

18. Deret geometri tak hingga: $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{54} + \dots$

Diperoleh: $a = \frac{1}{2}$ dan $r = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{4}$$

Jawaban: A

19. Banyaknya baris kursi pada gedung pertunjukan membentuk deret aritmetika dengan $b = 2$
 Sehingga jika suku awal a , maka deret aritmetika akan berbentuk:

$$a + (a + 2) + (a + 4) + (a + 6) + \dots$$

$$U_3 = a + 2b = a + 2(2) = a + 4$$

$$U_7 = a + 6b = a + 6(2) = a + 12$$

$$\frac{U_7}{U_3} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{a+12}{a+4} = \frac{5}{3}$$

$$3a + 36 = 5a + 20 \Rightarrow 2a = 16 \Rightarrow a = 8$$

Jadi, suku awal $a = 8$.

$$U_n = 50$$

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$50 = 8 + (n - 1)2 \Rightarrow 50 = 6 + 2n \Rightarrow 2n = 44 \Rightarrow n = 22$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

$$S_{22} = \frac{22}{2}(8 + U_{22}) = 11(8 + 50) = 11(58) = 638$$

Jadi, banyak kursi yang dimiliki gedung tersebut adalah 638 kursi.

Jawaban: E

20. $\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$

$$\cos \frac{\pi}{2} = \cos A \cos B - \frac{1}{4}$$

$$0 = \cos A \cos B - \frac{1}{4}$$

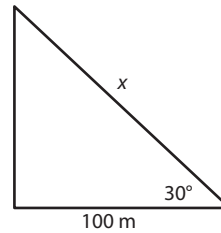
$$\cos A \cos B = \frac{1}{4}$$

$$\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Jawaban: C

21. Ilustrasi dari permasalahan dapat digambarkan sebagai berikut.



$$\cos 30^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3} \Rightarrow \frac{100}{x} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{200}{3}\sqrt{3}$$

Jadi, jarak pandang ke puncak menara adalah $\frac{200}{3}\sqrt{3}$ cm.

Jawaban: D

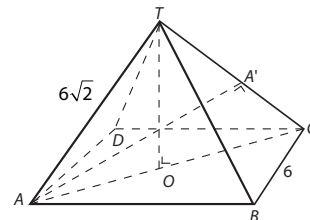
22. $\cos 45^\circ + \cos 90^\circ + \cos 150^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} + 0 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
 $= \frac{1}{2}(\sqrt{2} - \sqrt{3})$

Jawaban: B

23. $f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \sin^2 2\left(\frac{5\pi}{6}\right) - 3 = \sin^2\left(\frac{5\pi}{3}\right) - 3$
 $= \left(\sin \frac{5\pi}{3}\right)^2 - 3 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 3$
 $= \frac{3}{4} - 3 = -\frac{9}{4}$

Jawaban: E

- 24.



$AC = \text{diagonal sisi alas} = 6\sqrt{2}$ cm

$$OC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}(6\sqrt{2}) = 3\sqrt{2}$$

$$TO = \sqrt{TC^2 - OC^2}$$

$$= \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{72 - 18} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$$

Perhatikan segitiga ATC yang merupakan segitiga samasisi.

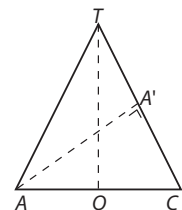
$$\text{Luas} = \frac{1}{2} \times AC \times TO = \frac{1}{2} \times TC \times AA'$$

$$6\sqrt{2} \times 3\sqrt{6} = 6\sqrt{2} \times AA'$$

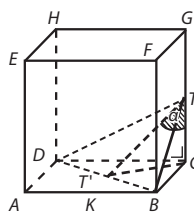
$$AA' = 3\sqrt{6}$$

Jadi, jarak A ke garis TC adalah $3\sqrt{6}$.

Jawaban: D



25.



$$TC = \frac{1}{2}GC = \frac{1}{2}(4) = 2 \text{ cm}; AC = \text{diagonal sisi} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$TC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}(4\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$TK = \sqrt{(TC)^2 + KC^2} \\ = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{8+4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\sin \alpha = \frac{TC}{TK} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Jawaban: E

$$26. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 12}{3x - 6} \stackrel{L}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6x}{3} = \frac{6(2)}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

Jawaban: D

$$27. y = (x-3)(x^2-9)$$

$$\text{misalkan } u = x-3 \Rightarrow u' = 1$$

$$v = x^2-9 \Rightarrow v' = 2x$$

$$y' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$y' = 1(x^2-9) + (x-3)(2x) = (x-3)(x+3) + (x-3)(2x)$$

$$y' = (x-3)(x+3+2x) = (x-3)(3x+3)$$

Jawaban: C

$$28. y = \frac{2}{3}x^3 + 3x^2 - 8x + 1$$

$$y' = 2x^2 + 6x - 8$$

$$\text{Pembuat nol } y'$$

$$0 = 2x^2 + 6x - 8$$

$$0 = x^2 + 3x - 4$$

$$0 = (x+4)(x-1)$$

$$\text{Pembuat nol dari } y' \text{ adalah } x = -4 \text{ dan } x = 1$$

Jadi, fungsi $y = \frac{2}{3}x^3 + 3x^2 - 8x + 1$ akan naik pada interval $x > 1$ atau $x < -4$.

Jawaban: C

$$29. B(x) = 50 + x^2 - 300x \Rightarrow B'(x) = 2x - 300$$

Biaya produksi akan minimum jika $B'(x) = 0$, sehingga:

$$B'(x) = 2x - 300 = 0 \Rightarrow 2x = 300 \Rightarrow x = 150$$

Jadi, supaya biaya proyek minimum, maka proyek tersebut harus diselesaikan dalam waktu 150 hari.

Jawaban: A

$$30. \int (x^2 - 4x + 4) dx = \frac{1}{3}x^3 - \frac{4}{2}x^2 + 4x + C \\ = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x + C$$

Jawaban: D

$$31. f'(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 5$$

$$f(x) = \int (\frac{1}{3}x^2 - 2x + 5) dx = \frac{1}{9}x^3 - x^2 + 5x + C$$

$$f(0) = 5$$

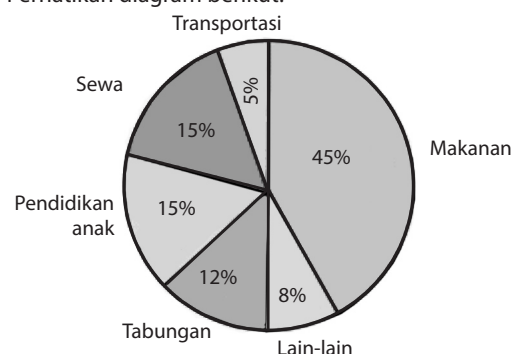
$$f(0) = \frac{1}{9}(0)^3 - (0)^2 + 5(0) + C$$

$$5 = 0 - 0 + 0 + C \Rightarrow C = 5$$

$$\text{Sehingga, } f(x) = \frac{1}{9}x^3 - x^2 + 5x + 5$$

Jawaban: E

32. Perhatikan diagram berikut.



Persentase pengeluaran untuk pendidikan anak adalah

$$15\% \times \text{Rp}15.000.000,00 = \frac{15}{100} \times \text{Rp}15.000.000,00 \\ = \text{Rp}2.250.000,00$$

Jawaban: D

33. Perhatikan tabel berikut

Kelas Interval	Frekuensi f_i	x_i	$f_i \times x_i$
0-3	2	1,5	3
4-7	4	5,5	22
8-11	7	9,5	66,5
12-15	p	13,5	$13,5p$
16-19	3	17,5	52,5
Jumlah	$16 + p$		$144 + 13,5p$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \times x_i}{\sum f_i} = 9,90 \Rightarrow \frac{144 + 13,5p}{16 + p} = 9,9$$

$$144 + 13,5p = 158,4 + 9,9p \Rightarrow 3,6p = 14,4 \Rightarrow p = 4$$

Jawaban: B34. Jumlah frekuensi, $n = 2 + 5 + 8 + 15 + 9 + 6 + 3 + 2 = 50$

Frekuensi modus, $f_{mo} = 15$

$$d_1 = 15 - 8 = 7$$

$$d_2 = 15 - 9 = 6$$

$$\text{Tepi bawah kelas, } T_b = \frac{57 + 62}{2} = \frac{119}{2} = 59,5$$

Panjang interval, $I = 5$

$$\begin{aligned}
 Mo &= T_b + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) I \\
 &= 59,5 + \left(\frac{7}{7+6} \right) 5 = 59,5 + \left(\frac{7}{13} \right) 5 \\
 &= 59,5 + \frac{35}{13} = 59,5 + 2,69 = 62,19
 \end{aligned}$$

Jadi, modus dari data tersebut adalah 62,19.

Jawaban: E

35. $n = 5 + 10 + 12 + 7 + 6 = 40$

Kuartil tengah (Q_2)

$$\text{Letak } Q_2 = \frac{2}{4} \cdot n = \frac{2}{4} \cdot 40 = 20$$

Terletak pada kelas ke-3 (56-65)

$$T_b = \text{tepi bawah kelas} = 56 - 0,5 = 55,5$$

$$F_k = 15$$

$$f_{Q_1} = 12$$

$$I = \text{interval} = 10$$

$$\begin{aligned}
 Q_2 &= T_b + \left(\frac{\frac{2n}{4} - F_k}{f_{Q_2}} \right) I \\
 &= 55,5 + \left(\frac{20 - 15}{12} \right) 10 \\
 &= 55,5 + \frac{5}{12} \cdot 10 \\
 &= 55,5 + 4,17 \\
 &= 59,67
 \end{aligned}$$

Jawaban: B

36. $\bar{x} = \frac{2+4+7+8+9}{5} = \frac{30}{5} = 6$

$$s = \sqrt{\frac{(2-6)^2 + (4-6)^2 + (7-6)^2 + (8-6)^2 + (9-6)^2}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{16+4+1+4+9}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{34}{5}}$$

$$= \sqrt{6,8}$$

Jawaban: B

37. $P_3^{20} = \frac{20!}{(20-3)!}$

$$= \frac{20 \times 19 \times 18 \times \cancel{17!}}{\cancel{17!}}$$

$$= 20 \times 19 \times 18$$

$$= 6.840$$

Jawaban: D

38. $C_5^{10} = \frac{10!}{5!(10-5)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times \cancel{5!}}{5! \times \cancel{5!}}$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 2 \times 9 \times 2 \times 7 = 252$$

Jawaban: D

39. $N = 180$ kali

$$S = \text{ruang sampel dua buah dadu}, n(S) = 36$$

A = kejadian munculnya mata dadu berjumlah lebih dari 9

$$= \{(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}, n(A) = 6$$

$$FH = P(A) \times n = \frac{n(A)}{n(S)} \times N = \frac{1}{6} \times 180 = 30$$

Jadi, frekuensi harapan munculnya mata dadu berjumlah lebih dari 9 adalah 30 kali.

Jawaban: C

40. S = ruang sampel kartu bernomor 1 sampai 10, $n(S) = 10$

A = kejadian terambilnya kartu bernomor genap = $\{2, 4, 6, 8, 10\}$, $n(A) = 5$

B = kejadian terambilnya kartu bernomor bilangan prima = $\{3, 5, 7\}$, $n(B) = 3$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{10} + \frac{3}{10} = \frac{8}{10}$$

Jadi, peluang terambilnya kartu bernomor genap atau kartu bernomor bilangan prima ganjil adalah $\frac{8}{10}$.

Jawaban: A

PEMBAHASAN DAN KUNCI JAWABAN SOAL PEMANTAPAN PAKET 4

**MATEMATIKA
IPS**

$$1. \frac{7x^3y^{-4}z^{-6}}{84x^{-7}y^{-1}z^{-4}} = \frac{x^{3-(-7)}y^{-4-(-1)}z^{-6-(-4)}}{12} \\ = \frac{x^{10}y^{-3}z^{-2}}{12} = \frac{x^{10}}{12y^3z^2}$$

Jawaban: E

$$2. \frac{\sqrt{32} + \sqrt{48}}{\sqrt{8} + \sqrt{12}} = \frac{4\sqrt{2} + 4\sqrt{3}}{2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} = \frac{4(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{2(\sqrt{2} + \sqrt{3})} = 2$$

Jawaban: B

$$3. -^2\log 12 + ^2\log 24 - ^2\log 16 \\ = ^2\log 24 - ^2\log 12 - ^2\log 16 \\ = ^2\log 24 - (^2\log 12 + ^2\log 16) \\ = ^2\log\left(\frac{24}{12 \times 16}\right) = ^2\log \frac{1}{8} = ^2\log 2^{-3} = -3$$

Jawaban: E

$$4. \text{ Titik balik: } \left(\frac{-b}{2a}, \frac{D}{-4a}\right)$$

$$y = 3 - 2x - x^2$$

$$\frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(-1)} = \frac{2}{-2} = -1$$

$$\frac{D}{-4a} = \frac{b^2 - 4ac}{-4a}$$

$$= \frac{(-2)^2 - 4(-1)(3)}{-4(-1)} = \frac{4 - (-12)}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

Jadi, koordinat titik balik grafik $y = 3 - 2x - x^2$ adalah $(-1, 4)$.

Jawaban: C

$$5. \alpha \text{ dan } \beta \text{ adalah akar-akar dari persamaan kuadrat } x^2 - 6x + 6 = 0, \text{ sehingga}$$

$$\alpha \text{ dan } \beta = -\frac{-6}{7} = 6 \text{ dan } \alpha\beta = \frac{6}{1} = 6$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (6)^2 - 2(6) = 36 - 12 = 24$$

Jawaban: E

$$6. \text{ Misalkan } y = 3x + 2 \Leftrightarrow x = \frac{y-2}{3}$$

Substitusikan $x = \frac{y-2}{3}$ ke persamaan $3x^2 - 6x + 5 = 0$

$$3\left(\frac{y-2}{3}\right)^2 - 6\left(\frac{y-2}{3}\right) + 5 = 0$$

$$3\left(\frac{y^2-4y+4}{9}\right) - 6\left(\frac{y-2}{3}\right) + 5 = 0$$

$$\frac{y^2-4y+4}{3} - (2y-4) + 5 = 0$$

$$y^2 - 4y + 4 - 3(2y-4) + 3(5) = 0$$

$$y^2 - 4y + 4 - 6y + 12 + 15 = 0$$

$$y^2 - 10y + 31 = 0$$

$$x^2 - 10x + 31 = 0$$

Jawaban: B

$$7. x^2 - 5x + 6 \leq 0$$

$$(x-2)(x-3) \leq 0$$

$$x_1 = 2, x_2 = 3$$



Daerah yang memenuhi adalah daerah yang negatif.

Jadi, HP = $\{x \mid 2 \leq x \leq 3, x \in R\}$

Jawaban: C

$$8. \begin{array}{l} 4x - y = 11 \quad \times 3 \quad | \quad 12x - 3y = 33 \\ 2x + 3y = 9 \quad \times 1 \quad | \quad 2x + 3y = 9 \end{array}$$

$$\underline{+}$$

$$14x = 42 \Rightarrow x = 3$$

Substitusikan $x = 3$ ke $4x - y = 11$, diperoleh

$$12 - y = 11 \Rightarrow y = 1$$

Jadi, nilai $2x_0 - 3y_0 = 2(3) - 3(1) = 6 - 3 = 3$.

Jawaban: D

$$9. \text{ Misalkan banyak mangkok baso } = x \text{ dan banyak gelas es } = y$$

$$\text{Ari} \equiv 6x + 4y = 40.000$$

$$\text{Dimas} \equiv 5x + 8y = 45.000$$

$$6x + 4y = 40.000 \quad \times 2 \quad | \quad 12x + 8y = 80.000$$

$$5x + 8y = 45.000 \quad \times 1 \quad | \quad 5x + 8y = 45.000$$

$$\underline{-}$$

$$7x = 35.000 \Rightarrow x = 5.000$$

Substitusikan $x = 5.000$ ke salah satu persamaan

$$6x + 4y = 40.000 \Rightarrow 6(5.000) + 4y = 40.000$$

$$30.000 + 4y = 40.000$$

$$4y = 10.000$$

$$y = 2.500$$

$$4x + 6y = 4(5.000) + 6(2.500)$$

$$= 20.000 + 15.000 = 35.000$$

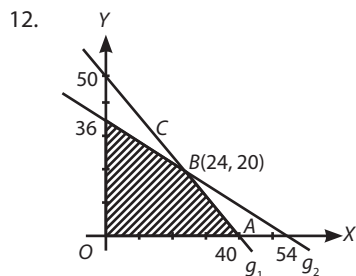
Jawaban: D

10. $f(x) = x - 5$ dan $g(x) = x^2 - 3x - 4$
 $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x - 5) = (x - 5)^2 - 3(x - 5) - 4$
 $= x^2 - 10x + 25 - 3x + 15 - 4 = x^2 - 13x + 36$

Jawaban: E

11. $f(x) = y \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$, sehingga
 $f^{-1}(-1) = x$, maka
 $f(x) = -1 \Rightarrow \frac{x+3}{x+1} = -1$
 $x + 3 = -x - 1 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2$

Jawaban: B



$$g_1: 50x + 40y = 50 \cdot 40 \Rightarrow 5x + 4y = 200$$

$$g_2: 36x + 54y = 36 \cdot 54 \Rightarrow 2x + 3y = 108$$

Titik potong $5x + 4y = 200$ dan $2x + 3y = 108$

$$\begin{array}{rcl} 5x + 4y = 200 & \times 3 & 15x + 12y = 600 \\ 2x + 3y = 108 & \times 4 & 8x + 12y = 432 \\ \hline 7x = 168 & \Rightarrow & x = 24 \end{array}$$

Substitusikan $x = 24$ ke $2x + 3y = 108$

$$48 + 3y = 108 \Rightarrow 3y = 60 \Rightarrow y = 20$$

Diperoleh titik pojok

Titik pojok	$f(x, y) = 4x + 5y$
$O(0, 0)$	$4(0) + 5(0) = 0$
$A(40, 0)$	$4(40) + 5(0) = 160$
$B(24, 20)$	$4(24) + 5(20) = 196$
$C(0, 36)$	$4(0) + 5(36) = 180$

Jadi, nilai maksimumnya adalah 196.

Jawaban: E

13. Misalkan banyak tempe I = x dan banyak tempe II = y .

	Ragi (gram)	Kedelai (gram)
Tempe I	3	600
Tempe II	6	800
Persediaan	6.000	1.200.000

Model matematika:

$$3x + 6y \leq 6.000 \Rightarrow x + 2y \leq 2.000$$

$$600x + 800y \leq 1.200.000 \Rightarrow 3x + 4y \leq 6.000$$

$$x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0$$

Jawaban: B

14. Misalkan banyak mesin jenis A = x dan banyak mesin jenis B = y .

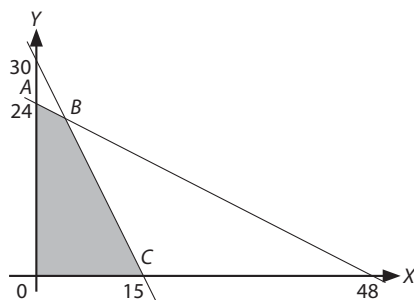
	Bahan I (satuan)	Bahan II (satuan)
Mesin jenis A	2	0,25
Mesin jenis B	1	0,5
Persediaan	30	12

Model matematika:

$$2x + y \leq 30$$

$$0,25x + 0,5y \leq 12 \Rightarrow x + 2y \leq 48$$

$$x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0$$



Menentukan titik B

$$2x + y = 30 \quad \times 2 \quad 4x + 2y = 60$$

$$x + 2y = 48 \quad \times 1 \quad x + 2y = 48$$

$$3x = 12 \Rightarrow x = 4$$

Substitusikan $x = 4$ ke persamaan $2x + y = 30$

$$2(4) + y = 30 \Rightarrow 8 + y = 30 \Rightarrow y = 22$$

Jadi, titik B(4, 22)

Jumlah kedua mesin yang dapat dibuat sebanyak-banyaknya adalah $x + y$, sehingga $f(x, y) = x + y$

Fungsi objektif: $f = x + y$

$$A(0, 24) \Rightarrow f = 0 + 24 = 24$$

$$B(4, 22) \Rightarrow f = 4 + 22 = 26 \text{ (maks)}$$

$$C(15, 0) \Rightarrow f = 15 + 0 = 15$$

Jadi, jumlah kedua mesin yang dapat dibuat sebanyak-banyaknya adalah 26.

Jawaban: C

15. $\begin{pmatrix} 3 & y \\ 5 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & 5 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ y & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 5x \\ -x & -4 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} x+6 & y+6 \\ 2-y & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 5x \\ -x & -4 \end{pmatrix}$$

Dari persamaan matriks tersebut diperoleh

$$x + 6 = 8 \Rightarrow x = 2$$

$$2 - y = -x \Rightarrow 2 - y = -2 \Rightarrow y = 4$$

$$\text{Jadi, nilai } x + 2xy = 2 + 2(2)(4) = 2 + 16 = 18.$$

Jawaban: C

16. $XA = B$

$$X = B \cdot A^{-1}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \frac{1}{2+2} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -8 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Jawaban: E

17. Diketahui barisan aritmetika

$$U_6 = 7 \Rightarrow a + 5b = 7$$

$$U_{10} = 15 \Rightarrow a + 9b = 15$$

$$-4b = -8 \Rightarrow b = 2$$

Substitusikan $b = 2$ ke persamaan $a + 5b = 7$

$$a + 5(2) = 7 \Rightarrow a = -3$$

Sehingga,

$$U_{15} = a + 14b = (-3) + 14(2) = (-3) + 28 = 25$$

Jawaban: D

18. Deret geometri tak hingga: $-108 + 36 - 12 + 4 - \frac{4}{3} + \dots$

$$\text{Diperoleh: } a = -108 \text{ dan } r = \frac{36}{-108} = -\frac{1}{3}$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{-108}{1 - (-\frac{1}{3})} = \frac{-108}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{-108}{\frac{4}{3}} = -81$$

Jawaban: A

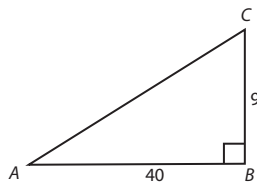
19. $a = 15$, $b = 2$, dan $n = 11$

$$S_{11} = \frac{11}{2} \{2(15) + (10)(2)\} = 11(15 + 10) = 11(25) = 275$$

Jawaban: C

20. $\tan A = \frac{9}{40}$

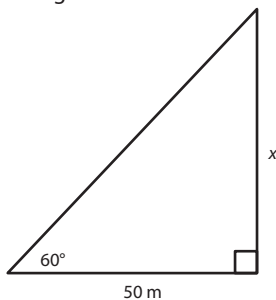
$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{40^2 + 9^2} \\ = \sqrt{1.600 + 81} = \sqrt{1.681} = 41$$



$$\text{Sehingga, } \cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{40}{41}$$

Jawaban: B

21. Ilustrasi dari permasalahan dapat digambarkan sebagai berikut.



$$\tan 60^\circ = \frac{x}{50} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{x}{50} \Rightarrow x = 50\sqrt{3}$$

Jadi, tinggi tiang listrik dari atas tembok adalah $50\sqrt{3}$ cm.

Jawaban: C

$$22. \quad 2\sin 240^\circ - 6\cos 210^\circ = 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 6\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ = -\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

Jawaban: B

23. Jika diperhatikan grafik pada soal adalah grafik fungsi sinus, bentuk umum fungsi sinus adalah $f(x) = y = A \sin k(x + b)$

$$\text{Amplitudo, } A = \frac{1}{2}(1 - (-1)) = 1$$

$$\text{Periode grafik, } p = 2\pi$$

$$k = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

Persamaan fungsinya adalah

$$y = 1 \sin 1(x + b) = \sin(x + b)$$

Grafik fungsi melalui titik $(0, -\frac{1}{2}\sqrt{3})$

$$-\frac{1}{2}\sqrt{3} = \sin(0 + b)$$

$$-\frac{1}{2}\sqrt{3} = \sin b$$

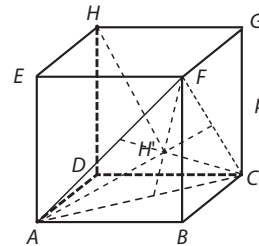
$$\sin b = \sin(-60^\circ)$$

$$b = -60^\circ$$

Jadi, persamaan fungsinya adalah $y = \sin(x - 60^\circ)$

Jawaban: D

- 24.



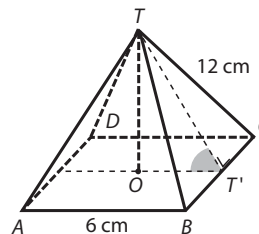
$$HB = \text{diagonal ruang} = p\sqrt{3}$$

Karena jarak titik B ke bidang ACF adalah $\frac{1}{3}$ diagonal ruang, maka jarak titik H ke bidang ACF adalah

$$HH' = \frac{2}{3}HB = \frac{2}{3}p\sqrt{3}$$

Jawaban: E

- 25.



Perhatikan $\triangle TT'C$.

$$TT' = \sqrt{TC^2 - (T'C)^2}$$

$$T'C = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}(12) = 6$$

$$= \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

$$OT' = \frac{1}{2} AB = 3$$

$$\cos \angle (TBC, ABCD) = \frac{OT'}{TT'} = \frac{3}{3\sqrt{15}} = \frac{1}{\sqrt{15}} = \frac{1}{15} \sqrt{15}$$

Jawaban: A

$$26. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x}{2x + 2} = \frac{2(1)}{2(1) + 2} = \frac{2}{2 + 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Jawaban: A

$$27. f(x) = 5x^3 - 3x^2 - 5x + 3$$

$$f'(x) = 15x^2 - 6x - 5$$

$$f'(2) = 15(2)^2 - 6(2) - 5 = 60 - 12 - 5 = 43$$

Jawaban: D

$$28. f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

Pembuat nol $f'(x)$

$$0 = 3x^2 - 12x + 9$$

$$0 = x^2 - 4x + 3$$

$$0 = (x - 1)(x - 3)$$

Pembuat nol dari $f'(x)$ adalah $x = 1$ dan $x = 3$.

Jadi, fungsi $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$ akan turun pada interval $1 < x < 3$.

Jawaban: E

$$29. B(x) = 3x^2 - 180x + 3.000$$

$$B'(x) = 6x - 180$$

Biaya produksi akan minimum jika $B'(x) = 0$, sehingga:

$$B'(x) = 6x - 180 = 0 \Rightarrow 6x = 180 \Rightarrow x = 30$$

Substitusikan $x = 30$,

$$B(30) = 3(30)^2 - 180(30) + 3.000$$

$$= 3(900) - 180(30) + 3.000$$

$$= 2.700 - 5.400 + 3.000 = 300$$

Jadi, biaya produksi total minimum per hari adalah Rp300.000,00.

Jawaban: B

$$30. 4 \int (4x^3 + 3x^2 - 2x - 5) dx$$

$$= \frac{4}{4} x^4 + \frac{3}{3} x^3 - \frac{2}{2} x^2 - 5x + C = x^4 + x^3 - x^2 - 5x + C$$

Jawaban: A

$$31. \int_1^2 \left(\frac{2}{x^3} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \int_1^2 (2x^{-3} - x^{-2}) dx$$

$$= 2 \left(\frac{1}{-2} x^{-2} \right) - (-x^{-1}) \Big|_1^2 = -x^{-2} + x^{-1} \Big|_1^2$$

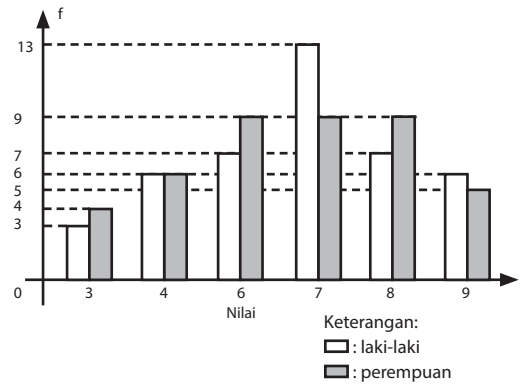
$$= -(2^{-2} - 1^{-2}) + (2^{-1} - 1^{-1})$$

$$= -\left(\frac{1}{4} - 1\right) + \left(\frac{1}{2} - 1\right)$$

$$= -\left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Jawaban: D

32. Perhatikan diagram batang berikut.



Berdasarkan diagram di atas diperoleh:

- Banyak siswa laki-laki yang mendapat nilai 8 adalah 7 orang
- Banyak siswa perempuan yang mendapat nilai 8 adalah 9 orang

Jadi, jumlah siswa laki-laki dan perempuan yang mendapat nilai 8 adalah 16.

Jawaban: D

33. Perhatikan tabel berikut.

Tinggi (cm)	f	Nilai tengah $\times f$
150-154	6	912
155-159	10	1.570
160-164	18	2.916
165-169	22	3.674
170-174	4	688
Jumlah	60	9.760

$$\text{Rata-rata} = \frac{\text{jumlah}(\text{nilai tengah} \times f)}{\text{banyak data}} = \frac{9.760}{60} = 162,7$$

Jawaban: A

34. Perhatikan tabel berikut.

Berat Badan	Frekuensi
50-54	4
55-59	6
60-64	8
65-69	10
70-74	8
75-79	4

Median = Q_2 terletak pada data ke-20, berada pada kelas 65-69, dengan panjang kelas = 5

$$Q_2 = 64,5 + \left(\frac{20 - 18}{10} \right) \cdot 5 = 64,5 + 1 = 65,50$$

Jawaban: A

35. Perhatikan tabel berikut.

Berat badan (kg)	Frekuensi
36-45	5
46-55	10
56-65	12
66-75	7
76-85	6
Jumlah	40

Kuartil bawah = Q_1 terletak pada data ke-10, berada pada kelas 46–55 dengan panjang kelas = 10

$$Q_1 = 45,5 + \left(\frac{10-5}{10} \right) \cdot 10 = 45,5 + 5 = 50,5$$

Jawaban: A

$$36. \quad \bar{x} = \frac{7+9+11+13+15}{5} = \frac{55}{5} = 11$$

$$\begin{aligned} \sum (x_i - \bar{x})^2 &= (-4)^2 + (-2)^2 + (0)^2 + (2)^2 + (4)^2 \\ &= 16 + 4 + 0 + 4 + 16 = 40 \end{aligned}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{40}{5}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} = 2,8$$

Jawaban: D

37. Dari 6 orang pengurus dibentuk panitia yang terdiri atas ketua, sekretaris, bendahara, dan seksi acara. Banyak susunan panitia:

$$\begin{aligned} {}_6P_4 &= \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} \\ &= 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360 \end{aligned}$$

Jadi, banyak susunan panitia yang dapat dibentuk adalah 360.

Jawaban: D

38. Komposisi banyak buah yang dipilih Nani adalah:

a. 2, 2, 5 b. 2, 3, 4 c. 3, 3, 3

Permutasi dari 2, 2, 5 adalah permutasi berulang:

$$\frac{3!}{2!} = \frac{3 \times 2!}{2!} = 3.$$

Permutasi dari 2, 3, 4 adalah permutasi 3 unsur:

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

Permutasi dari 3, 3, 3 adalah permutasi berulang:

$$\frac{3!}{3!} = 1$$

Jadi, komposisi banyak buah yang mungkin dapat dibeli Nani adalah $3 + 6 + 1 = 10$.

Jawaban: E

39. $A = \{\text{mata dadu lebih besar dari 4}\} = \{5, 6\}$, $n(A) = 2$

$S = \{\text{ruang sampel satu mata dadu}\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$,
 $n(S) = 6$

$$FH = P(A) \times N = \frac{n(A)}{n(S)} \times 240 = \frac{2}{6} \times 240 = 80$$

Jawaban: E

40. Pada percobaan melempar dua dadu sekaligus, $n(S) = 36$ dan A adalah kejadian jumlah mata dadu tidak lebih dari 5 atau dengan kata lain, kurang dari sama dengan 5 adalah (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (4, 1). Sehingga $n(A) = 10$.

Peluang muncul jumlah mata dadu tidak lebih dari 5

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

Jawaban: A

KUNCI JAWABAN PREDIKSI USBN Tahun 2018/2019

MATEMATIKA
UMUM

A. Pilihan Ganda

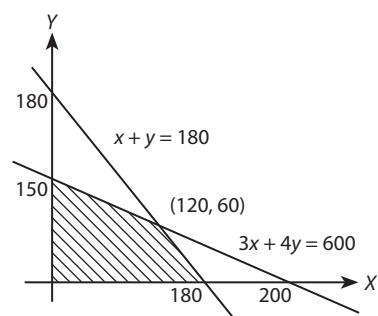
- | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------|
| 1. C | 7. D | 13. B | 19. C | 25. E |
| 2. C | 8. B | 14. D | 20. D | 26. D |
| 3. E | 9. B | 15. E | 21. D | 27. C |
| 4. A | 10. D | 16. A | 22. D | 28. E |
| 5. B | 11. D | 17. B | 23. A | 29. C |
| 6. A | 12. C | 18. E | 24. D | 30. C |

B. Uraian

31. 2
32. -1
33. Rp80.000,00
34. a. $3x + 4y \leq 600$;
 $x + y \leq 180$;
 $x \geq 0; y \geq 0$

b. Fungsi objektif:

$$f(x, y) = 7.000x + 9.000y$$



c. Rp1.380.000,00

35. 62,32

KUNCI JAWABAN PREDIKSI UNBK/UNKP Tahun 2018/2019

MATEMATIKA
IPS

- | | | | |
|-------|-------|-------|-----------|
| 1. C | 11. E | 21. A | 31. D |
| 2. E | 12. A | 22. D | 32. B |
| 3. D | 13. B | 23. E | 33. A |
| 4. A | 14. D | 24. E | 34. C |
| 5. B | 15. C | 25. C | 35. B |
| 6. A | 16. D | 26. C | 36. A |
| 7. A | 17. B | 27. A | 37. 8.000 |
| 8. A | 18. B | 28. D | 38. 1.200 |
| 9. C | 19. E | 29. B | 39. 20 |
| 10. A | 20. B | 30. D | 40. 280 |